

نام درس:

آمار و احتمال

نام دبیر:

امراه

زمان:

۹۰ دقیقه

تاریخ:

۹۶/۱۰/۱۳

تعداد صفحات: ۴



آزمون پایانی نوبت اول
سال تحصیلی ۹۶-۹۷

نام و نام خانوادگی:

پایه یازدهم - ریاضی

سوالات

بارم	سوالات	
۱	<p>جای خالی را کامل کنید .</p> <p>الف (درست یا نادرست بودن یک گزاره را می گوئیم .</p> <p>ب (اگر $A = \{1, \{1\}, \emptyset\}$ باشد ، A $\{\{1\}\}$.</p> <p>پ (شناخت جامعه نا معلوم با استفاده از نمونه های معلوم در علم مورد بررسی قرار می گیرد .</p> <p>ت (اگر برای دو پیشامد A و B داشته باشیم $A \cap B = \emptyset$ آنگاه A و B را می گوئیم .</p>	۱
۱	جدول ارزش گزاره $p \vee \sim q \Rightarrow q$ را تشکیل دهید .	۲
۰/۵	<p>نقیض گزاره زیر را بنویسید .</p> <p>« عدد ۷ مربع کامل است و عدد ۶ اول نیست »</p>	۳
۱	a عددی صحیح است . عکس نقیض گزاره « اگر a^2 زوج باشد a هم زوج است » را نوشته و سپس آن را ثابت کنید .	۴
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید .</p> <p>الف ($(2 \times 2 = 5) \vee (1 + 1 = 2)$)</p> <p>ب ($(2 \times 2 = 5) \wedge (1 + 1 = 2)$)</p> <p>پ ($1 + 1 = 2 \Rightarrow 2 \times 2 = 5$)</p> <p>ت ($\sim(2 \times 2) = 5 \Rightarrow 1 + 1 = 2$)</p>	۵
۱	ارزش و نقیض گزاره سوری مقابل را بنویسید . $\forall x \in \mathbb{R}; x < 0 \vee x^2 \geq 0$	۶

۱	با حذف ۳ عضو از عضوهای یک مجموعه تعداد زیر مجموعه ها ۴۴۸ تا کم می شود. این مجموعه چند عضو دارد؟	۷
۱	فرض کنید $A \subseteq B$ ، به روش عضو گیری ثابت کنید $B' \subseteq A'$	۸
۰/۵	ثابت کنید \emptyset زیر مجموعه همه مجموعه ها است.	۹
۱	همه افرازهای مجموعه $\{a, b, c, d\}$ به دو زیر مجموعه را بنویسید.	۱۰
۲	<p>با استفاده از جبر مجموعه ها احکام زیر را ثابت کنید.</p> <p>الف) $(B \subseteq A) \wedge (B \subseteq A') \Rightarrow B = \emptyset$</p> <p>ب) $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$</p>	۱۱

۱	<p>اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 3\}$ باشد، عضوهای مجموعه $A \times B - A^2$ را مشخص و نمودار آن را رسم کنید.</p>	۱۲
۱/۵	<p>اگر $A = \{-1, 2\}$ و $B = \{-1, 1\}$ باشد، نمودار $A \times B$ را رسم و آن را با نمادهای ریاضی نمایش دهید.</p>	۱۳
۱	<p>دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. پیشامد A را مجموع دو تاس برابر ۷ و پیشامد B را اول بودن تاس دوم تعریف می کنیم.</p> <p>الف) پیشامد آن که A یا B رخ بدهد را بنویسید.</p> <p>ب) پیشامد آن که مجموع دو تاس برابر ۷ باشد ولی تاس دوم اول نیاید را به زبان ریاضی نوشته و عضوهای آن را بدست آورید.</p>	۱۴
۱	<p>برای دو پیشامد A و B ثابت کنید:</p> $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$	۱۵

۱/۵	<p>اگر $P(A) = ۰/۲$ و $P(B) = ۰/۶$ و $P(A \cap B) = ۰/۱$ باشد، $P(A' \cup B)$ را بدست آورید .</p>	۱۶
۱/۵	<p>یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال ظاهر شدن هر عدد فرد، ۵ برابر عدد زوج است . با کدام احتمال این تاس عددی بزرگتر از ۴ ظاهر می شود؟</p>	۱۷
۱/۵	<p>سه دانش آموز A و B و C با یکدیگر مسابقه دو میدانی می دهند . احتمال برنده شدن A و C یکسان ولی احتمال برنده شدن هر کدام سه برابر احتمال برنده شدن B است . A با کدام احتمال برنده نمی شود ؟</p>	۱۸

۲۴/۱۰/۱۴

آمار و احتمال پایه دهم ریاضی

① الف) ارزش ب) $\{ \{ \{ \} \} \} \in A$ (پ) آمار (ن) سازگار

P	q	$\neg q$	$P \vee \neg q$	$P \vee \neg q \rightarrow q$
T	T	F	T	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

②

③ عدد ۷ مربع کامل نیست یا عدد ۲ اول است

④ عکس نقیض « اگر a عددی فرد باشد آنگاه a^2 فرد است »

اثبات: $a = 2k + 1 \rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1 \rightarrow a^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$

فرد است $a^2 = 2q + 1$

⑤ الف) $(T \Rightarrow F) \equiv F$ ب) $F \wedge T \equiv F$ ج) $F \vee T \equiv T$

د) $\neg F \Rightarrow T \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

⑥ ارزش گزاره « درست است » / نقیض گزاره: $\exists x \in \mathbb{R}; x > 0 \wedge x^2 < 0$

⑦ $2^n - 2^{n-3} = 448 \rightarrow 2^n (1 - \frac{1}{8}) = 448 \rightarrow 2^n = 512 \rightarrow n = 9$

⑧ $\forall x \in B' \rightarrow x \notin B \xrightarrow{\text{فرض } A \subseteq B} x \notin A \rightarrow x \in A' \Rightarrow B' \subseteq A'$

⑨ حکم $\emptyset \subseteq A$

$\forall x \in \emptyset \rightarrow x \in A$ به آسانی صدق برقرار است

⑩ $\{a\}, \{b, c, d\} / \{c\}, \{a, b, d\} / \{a, b\}, \{c, d\} / \{a, d\}, \{b, c\}$
 $\{b\}, \{a, c, d\} / \{d\}, \{a, b, c\} / \{a, c\}, \{b, d\} / \{b, c\}, \{a, d\}$
 / ...

الف) $B \subseteq A$ } اشتراک طرفین $B \cap B \subseteq A \cap A' \rightarrow B \subseteq \emptyset$ } $\rightarrow B = \emptyset$ } $\rightarrow B = \emptyset$ } (11)

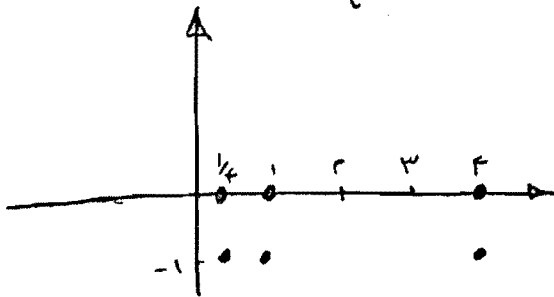
ب) $(A \cup B) \cap (B \cup C)'$
 $(A \cup B) \cap (B' \cap C')$
 $(B' \cap C' \cap A) \cup (B' \cap C' \cap B)$
 $(A \cap B' \cap C') \cup \emptyset = (A \cap B') - C = (A - B) - C$

$A = \{ \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \}$ $B = \{ -1, 0, 1 \}$ (12)

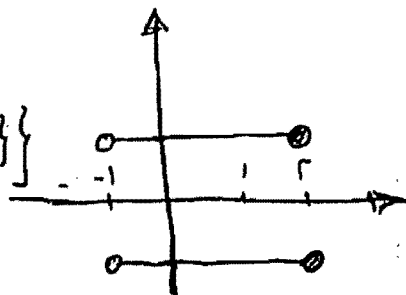
$A \times B = \left\{ \left(\frac{1}{2}, -1 \right), \left(\frac{1}{2}, 0 \right), \left(\frac{1}{2}, 1 \right), \right.$
 $\left. \left(1, -1 \right), \left(1, 0 \right), \left(1, 1 \right), \right.$
 $\left. \left(2, -1 \right), \left(2, 0 \right), \left(2, 1 \right) \right\}$

$A' = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{2}, 1 \right), \left(\frac{1}{2}, 2 \right), \right.$
 $\left. \left(1, \frac{1}{2} \right), \left(1, 1 \right), \left(1, 2 \right), \right.$
 $\left. \left(2, \frac{1}{2} \right), \left(2, 1 \right), \left(2, 2 \right) \right\}$

$A \times B - A' = \left\{ \left(\frac{1}{2}, -1 \right), \left(\frac{1}{2}, 0 \right), \left(1, -1 \right), \left(1, 0 \right), \left(2, -1 \right), \right.$
 $\left. \left(2, 0 \right) \right\}$



$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in (-1, 2] \wedge y \in \{-1, 1\} \}$



$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\} \quad (17)$$

$$B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (4, 3), (4, 4), (4, 5)\}$$

$$a) A \cup B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (1, 4), (4, 1), (4, 3)\}$$

$$b) A - B = \{(1, 4), (4, 1), (4, 3)\}$$

$$\text{منه } A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (18)$$

$$\rightarrow P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)]$$

از طرفی $A - B$ و $A \cap B$ سازگارند زیرا:

$$(A - B) \cap (A \cap B) = A \cap B' \cap A \cap B = \emptyset$$

$$P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \quad \text{در نتیجه داریم}$$

$$\rightarrow P(A) - P(A \cap B) = P(A - B)$$

$$P(B \cup A') = P(A \cap B')' = 1 - P(A \cap B') = 1 - P(A - B) \quad (19)$$

$$= 1 - [P(A) - P(A \cap B)] = 1 - [0.2 - 0.1] = 1 - 0.1 = 0.9$$

$$P(F) = 2P(Z) \quad (20)$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$2x + x + 2x + x + 2x + x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{11}$$

$$P(\{5, 6\}) = P(5) + P(6) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$3x + x + 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{7} \rightarrow P(A) = \frac{3}{7}$$

$$P(A) = P(C) = 3P(B) \quad \textcircled{1}$$

$$\rightarrow P(A') = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$
