



نام و نام خانوادگی:

پایه دهم

بارم	سوال	ردیف
۱/۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) حاصل عبارت $(0, \sqrt{10}] \cap (-3, 3)$ برابر ..... است. ب) اگر عدد ۵ نقطه ی میانی بازه ی $(a+2, 2a-4)$ باشد، مقدار $a$ برابر ..... است. ج) مجموعه ای دارای ۵۱۱ زیرمجموعه محض می باشد. تعداد زیرمجموعه ی دو عضوی این مجموعه برابر ..... است.	۱
۰/۵	جمله چندم دنباله $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$ برابر $\frac{131}{132}$ است. الف) ۱۲۹ ب) ۱۳۰ ج) ۱۳۱ د) ۱۳۲	۲
۱/۵	وسطهای یک مربع به طول ضلع واحد را متوالیا به هم وصل می کنیم. الف) دنباله مساحت مربع های رنگ شده را بنویسید ب) جمله ی عمومی دنباله را بیابید. ج) حد مجموع دنباله را محاسبه کنید.	۳
۱/۵	در یک دنباله ی هندسی $t_3 \times t_5 = 16$ و $t_1 \times t_3 = 4$ و جمله ها همه مثبت هستند. دنباله را مشخص کنید.	۴
۱	اگر $4 - m$ و $3 + 2m$ و $6 + 7m$ جملات متوالی یک دنباله ی حسابی باشند، مقدار $m$ را بیابید.	۵
۱	اگر $\tan \alpha = 2$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \cos \alpha + \sin \alpha}$ را بیابید.	۶
۱/۵	درستی تساوی $\frac{\sin^2 x - \tan^2 x}{\cos^2 x - \cot^2 x} = \tan^6 x$ را اثبات کنید.	۷
(( ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم ))		

۱	شخصی با قد ۱/۸ متر در حالت ایستاده بالای یک برج رانسبت به افق با زاویه 30° می بیند. اگر این شخص سیصد متر به برج نزدیک شود، بالای برج را با زاویه ی 45° می بیند. ارتفاع برج را محاسبه کنید.	۸
۱/۵	در یک مثلث اندازه ی دو ضلع به ترتیب ۶ و $8\sqrt{3}$ و زاویه ی بین آنها 120° است. مساحت و اندازه ی ضلع سوم را بیابید.	۹
۱	حاصل عبارت $A = \frac{40}{3} \cos 10^\circ \tan 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$ را بیابید.	۱۰
۱	مقادیر $\sin(105^\circ)$ و $\cos(22/5^\circ)$ را محاسبه کنید.	۱۱
۱	حاصل عبارت $A = \sqrt[7]{(1+\sqrt{2})^4} \times \sqrt[7]{(3-2\sqrt{2})^2}$ را به ساده ترین صورت بنویسید.	۱۲
۱	در تساوی $\sqrt[10]{x^9} = \frac{8^3 \times \sqrt{32}}{\sqrt[5]{16}}$ مقدار $x$ را بدست آورید.	۱۳
۱	مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{15} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{6}}$ را گویا کنید.	۱۴
۱	اگر $x - \frac{1}{x} = 5$ باشد، مقدار عددی عبارت $x^4 + \frac{1}{x^4}$ را بیابید.	۱۵
۱/۵	حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید. الف) $(x-2)^2(x+2)^2(x^2+2x+4)^2(x^2-2x+4)^2 =$ ب) $(x^3-2)^3(x^3+2)^3 =$	۱۶
۱/۵	تجزیه کنید. الف) $(x^2+7x)^2 + 22(x^2+7x) + 120 =$ ب) $x^3 + 5x^2 - 6 =$	۱۷
۲۰	موفق باشید. جمع	

کلید درس ریاضی - دهم ریاضی و تجزی - دیماه ۹۶ - دبیرستان کمال

۱- الف (۳ و ۵) (ج) ۳۶ (۵)

ب)  $a = 4$  (۵)

۲- جمله ۱۳۰ - گزینشی ب (۵)

۳- الف)  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$  (۵)

ب)  $a_n = a_1 q^{n-1} \rightarrow a_n = (\frac{1}{4})^{n-1}$  (۵)

ج)  $S = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = 2$  (۵)

$t_p \times t_q = 14 \rightarrow t_p \times t_r = 14 \rightarrow t_r = \pm \sqrt{14}$  (۵)  $\rightarrow q^2 = \frac{14}{p} = 2 \rightarrow q = \pm \sqrt{2}$  (۵)

$t_1 \times t_p = 4 \rightarrow t_p \times t_r = 4 \rightarrow t_r = \pm 2$  (۵)

$t_p = t_1 q \Rightarrow t_1 = \frac{t_r}{q} \Rightarrow t_1 = \sqrt{2}$  (۵)

$\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, \dots$  (۵)

$2(2+2m) = 4+4m + 4-m \Rightarrow 4m+10 = 4m+4$  (۵)

$\Rightarrow 2m = -4 \Rightarrow m = -2$  (۵)

$A = \frac{r \sin \alpha - r \cos \alpha}{r \cos \alpha + r \sin \alpha}$

$\tan \alpha = r \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = r \Rightarrow \sin \alpha = r \cos \alpha$  (۵)

$\Rightarrow A = \frac{r \cos \alpha - r \cos \alpha}{r \cos \alpha + r \cos \alpha} = \frac{r \cos \alpha - r}{r \cos \alpha + r}$  (۵)

$\frac{\sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \cot^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha \times \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1)}{\cos^2 \alpha \times \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1)}$  (۵)

$= \frac{\sin^2 \alpha \times (-\sin^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha \times (-\cos^2 \alpha)} = \frac{-\sin^4 \alpha}{-\cos^4 \alpha} = \tan^4 \alpha$  (۵) □

$$A = \sqrt[3]{(r + r\sqrt{r})^r \times (r - r\sqrt{r})^r} = \sqrt[3]{(9 - 1)^r} = 1 \quad -12$$

$$x^{\frac{9}{10}} = \frac{r \times r^{\frac{9}{10}}}{r^{\frac{9}{10}}} \Rightarrow x^{\frac{9}{10}} = r^{\frac{9}{10} - \frac{9}{10}} \quad \text{①}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{9}{10}} = r^{\frac{9}{10}} \Rightarrow x^{\frac{9}{10}} = (1)^{\frac{9}{10}} \Rightarrow \boxed{x = 1} \quad \text{②}$$

$$A = \frac{1}{(\sqrt{15} + \sqrt{2}) + (\sqrt{15} + \sqrt{4})} \times \frac{(\sqrt{15} + \sqrt{2}) - (\sqrt{15} + \sqrt{4})}{(\sqrt{15} + \sqrt{2}) - (\sqrt{15} + \sqrt{4})} \quad \text{①}$$

$$= \frac{\sqrt{15} + \sqrt{2} - \sqrt{15} - \sqrt{4}}{15 + 2 + 2\sqrt{30} - 15 - 4 - 2\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{2} - \sqrt{15} - \sqrt{4}}{r} \quad \text{②}$$

$$x^r + \frac{1}{x^r} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^r + r = 5^r + r = 2V \quad \text{①} \quad -15$$

$$x^r + \frac{1}{x^r} = \left(x^r + \frac{1}{x^r}\right)^r - r = 2V^r - r = V2V \quad \text{②}$$

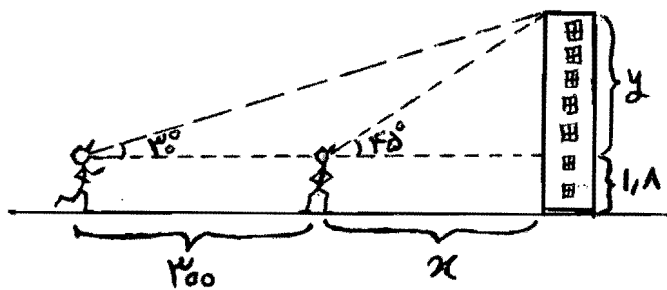
$$\text{الف) } = (x^r - 1)^r (x^r + 1)^r = (x^{2r} - 1)^r = x^{12} - 12x^4 + 6094 \quad -14$$

$$\text{ب) } = (x^4 - 4)^r = (x^4)^r - r(x^4)^{r-1}(4) + r(r-1)(x^4)^{r-2}(4)^2 - \dots = x^{18} - 12x^{12} + 18x^4 - 254 \quad \text{①}$$

$$\text{الف) } = (x^r + r x + 10)(x^r + r x + 12) = (x+r)(x+5)(x+r)(x+r) \quad -14$$

$$\text{ب) } = x^r - 1 + 5x^r - 5 = (x-1)(x^r + x + 1) + 5(x-1)(x+1)$$

$$= (x-1)(x^r + 4x + 4) \quad \text{①}$$

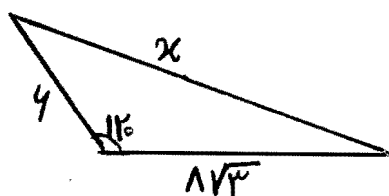


$$\tan 30^\circ = \frac{y}{x} \Rightarrow \boxed{y = x} * \textcircled{1} \quad -1$$

$$\tan 40^\circ = \frac{y}{100+x} \xrightarrow{*} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{100+x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = 100+x \Rightarrow x = \frac{100}{\sqrt{3}-1} \textcircled{2}$$

$$\text{ارتفاع برج} = 1.8 + \frac{100}{\sqrt{3}-1} \textcircled{3}$$



$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 1\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \quad -9 \textcircled{4}$$

$$x^2 = 4^2 + (1\sqrt{3})^2 - 2(4)(1\sqrt{3}) \cos 120^\circ \textcircled{5}$$

$$x^2 = 16 + 3 + 4\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{19 + 4\sqrt{3}} \textcircled{6}$$

$$A = \frac{\partial x^2 \times 2 \times 2}{2 \cos 10^\circ} \times \sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 30^\circ = \frac{\partial x^2 \times 2 \times 2}{2 \cos 10^\circ} \times \sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 30^\circ \quad -10 \textcircled{7}$$

$$= \frac{\partial x^2}{2 \cos 10^\circ} \times \sin 10^\circ \cos 30^\circ = \frac{\partial \sin 10^\circ}{2 \cos 10^\circ} = \frac{\partial}{2} \textcircled{8}$$

$$\sin 10^\circ = \sin(40^\circ + 30^\circ) = \sin 40^\circ \cos 30^\circ + \cos 40^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{4} + \sqrt{3}}{2} \quad -11 \textcircled{9}$$

$$\cos^2 20^\circ = \frac{1 + \cos 40^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos 20^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} \textcircled{10}$$

20