

نام درس: ریاضی عمومی

نام دبیر: طالبی

زمان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ: ۹۶/۱۰/۱۶

تعداد صفحات: ۲

پایه



آزمون پایانی نوبت اول

سال تحصیلی ۹۶-۹۷

نام و نام خانوادگی:

پایه چهارم - تجربی

| ردیف | سوالات | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | در یک خانواده‌ی سه فرزند، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر دختر است؟ | ۱ |
| ۲ | در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۰ درصد زنان دفترچه‌ی سلامت داشته باشند با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آن‌ها، دفترچه‌ی سلامت دارد؟ | ۱/۵ |
| ۳ | در یک کارخانه، ۶۰ درصد کارگران بومی‌اند. اگر ۴ نفر از بین آن‌ها به تصادف انتخاب شوند، با کدام احتمال درست ۳ نفر از آن‌ها بومی‌اند؟ | ۱ |
| ۴ | در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج شده است. بیش‌ترین مقدار در توزیع احتمال آن را به دست آورید. | ۱ |
| ۵ | به طور متوسط از هر ۱۰ مشتری مراجعه کننده به فروشگاه، ۶ نفر خرید می‌کنند. در فاصله‌ی زمانی معین، ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می‌کنند. با کدام احتمال فقط ۳ نفر از آنان خرید می‌کنند؟ | ۱ |
| ۶ | به ازای چه مقادیری از m مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟ | ۱/۵ |
| ۷ | مجموعه جواب نامعادله‌ی $ \frac{2-x}{2x-3} > 1$ را به دست آورید. | ۱/۵ |
| ۸ | ضابطه‌ی معکوس تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ را به دست آورید. | ۱/۵ |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|--|------|
| ۹ | کارایی کارگر عادی، در کارخانه‌ای پس از t ماه، روزانه به تعداد $f(t) = 90 - 40e^{-0.2t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه‌ی کاری، روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ ($\ln 2 = 0.693$) | ۱/۵ |
| ۱۰ | در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی n ام به صورت $a_n = \frac{3}{4}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله‌ی اول این دنباله را به دست آورید. | ۱ |
| ۱۱ | دنباله‌ی $a_n = \left[\frac{(-1)^n}{n} \right]$ از نظر کراننداری و همگرایی چگونه است؟ | ۱ |
| ۱۲ | جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ را تعیین کنید. | ۱ |
| ۱۳ | از رابطه‌ی $y = \sin(x - 2y) + \sqrt{x + y}$ مقدار مشتق y نسبت به x در نقطه‌ی $(2, 1)$ را به دست آورید. | ۱/۵ |
| ۱۴ | معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y^2 + y = 2e^{2x-1}$ در نقطه‌ی $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ را بنویسید. | ۱/۵ |
| ۱۵ | تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است. مقدار b را به دست آورید. | ۱/۵ |
| ۱۶ | خط قائم بر منحنی $y = xe^{x^2-4}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟ | ۱ |
| ۲۰ | جمع نمرات | |

برای محاسبه احتمال $P(A|B)$

$$B' = \{(\rightarrow, \rightarrow, \rightarrow)\} \subseteq B = S - \{(\rightarrow, \rightarrow, \rightarrow)\} \Rightarrow n(B) = 7$$

$$A = \{(\rightarrow, \rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow, \rightarrow)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{3}{7}$$

$$P = 0.4 \quad x = 4 \quad n = 7$$

$$n = 7, P = 0.4, x = 4$$

$$P(X=4) = \binom{7}{4} (0.4)^4 (1-0.4)^3$$

$$x = 0, 1, 2 \quad P(X=0) = \frac{\binom{7}{0}}{\binom{7}{0}} = \frac{1}{1}$$

$$P(X=1) = \frac{\binom{7}{1} (0.4)^1}{\binom{7}{1}} = \frac{2.8}{7} \quad , \quad P(X=2) = \frac{\binom{7}{2} (0.4)^2}{\binom{7}{2}} = \frac{1.92}{7}$$

$$P = 0.4, n = 7, x = 4$$

$$P(X=4) = \binom{7}{4} (0.4)^4 (1-0.4)^3$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{m+r}{m}, \quad P = \frac{c}{a} = \frac{0}{m}, \quad \alpha^r + \beta^r = 4$$

$$\Rightarrow S^r - rP = 4 \Rightarrow \frac{(m+r)^r}{m^r} - \frac{1}{m} = 4 \rightarrow (m+r)^r - 1 \cdot m = 4m^r$$

$$\Rightarrow 0m^r + 8m - 9 = 0 \Rightarrow m = 1, -\frac{9}{8}$$

$$\left| \frac{r-n}{r_2-r} \right| > 1 \Rightarrow \frac{|r-n|}{|r_2-r|} > 1 \Rightarrow |r-n| > |r_2-r|$$

$$\Rightarrow 8 - 8n + n^r > 8n^r - 17n + 9 \Rightarrow 8n^r - 9n + 1 < 0$$

$$\Rightarrow 1 < n < \frac{9}{8}$$

$$y = r - \sqrt{n-1} \Rightarrow r-y = \sqrt{n-1} \Rightarrow (r-y)^2 = n-1$$

$$\Rightarrow n = 1 + (r-y)^2 \Rightarrow L^{-1}(n) = 1 + (r-y)^2, n \leq r$$

$$r_0 = a_0 - r \cdot e^{-\lambda r t} \Rightarrow r \cdot e^{-\lambda r t} = r_0$$

$$\Rightarrow -\lambda r t = \ln \frac{r_0}{r} = -\lambda t \Rightarrow t = \frac{r_0}{r}$$

$$S_{10} = \frac{10}{r} (a_1 + a_{10}) = \frac{10}{r} \left(\left(\frac{r}{r} - d \right) + \left(\frac{r}{r} - d \right) \right) = 10 \cdot d$$

$$a_n = \left[\frac{r-1}{n} \right] : -1, -1, -1, \dots$$

a_n در n برابر است.

$$-C \cos \pi n = -C_n n \Rightarrow C_n \pi n = C_n n \Rightarrow \pi n = k \pi \pm n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{r k \pi}{\pi} \\ n = k \pi \end{cases} \Rightarrow n = \frac{r k \pi}{\pi}$$

$$\sin(n - r y) + \sqrt{n-y} - y = 0 \Rightarrow y' = - \frac{C \cos(n - r y) + \frac{1}{r \sqrt{n-y}}}{-r C \cos(n - r y) + \frac{-1}{r \sqrt{n-y}}}$$

$$\frac{dy}{dn}(r, 1) = - \frac{C_0 + \frac{1}{r}}{-r C_0 - \frac{1}{r} - 1} = \frac{r}{r}$$

$$y^r + y - r e^{r n - 1} = 0 \Rightarrow y' = - \frac{-r e^{r n - 1}}{r y + 1} \Rightarrow y' \left(\frac{1}{r}, 1 \right) = \frac{r}{r}$$

در $n=1$ ، $y=1$: $y - 1 = \frac{r}{r} \left(n - \frac{1}{r} \right)$

$$\left. \begin{aligned} x=1, f'_+(1) &= f'_-(1) \Rightarrow r - d = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -r \\ f'_+(1) = f'_-(1) &\Rightarrow -r = r + a \Rightarrow a = -d \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = r$$

$$y' = e^{x^r - x} + n (r x e^{x^r - x}) \Rightarrow y'(r) = a \Rightarrow n' = -\frac{1}{a}$$

$n=r \Rightarrow y=r$ $y - r = -\frac{1}{a} (n - r) \xrightarrow{y=0} n = r$