

آزمون پایانی نوبت دوم
سال تحصیلی ۹۶-۹۷

نمره به عدد و حروف:

پنج

نام درس: حسابان

نام دبیر: خامسی

زمان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ: ۹۷/۳/۱۲

تعداد صفحات: ۴



دبیرستان کمال

پایه یازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

نمره تجدید نظر:

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) مجموع ۱۰ جمله اول دنباله حسابی ... و ۴ و ۱ و ۲- برابر ۱۲۵ می باشد. ب) معادله $y = x^2 - 2 + x^2 = 0$ ضابطه ی یک تابع است. ج) تابع $f(x) = \frac{1}{[x]+3}$ در $x = -3$ دارای حد است. ([] جزء صحیح است) د) دامنه تابع $g(x) = \log_2(x^2 + 1)$ برابر $(-\frac{1}{2} + \infty)$ است.	۲
۲	جاهای خالی را با عبارات یا عدد مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = 2 \cos x - 3$ برابر است. ب) حاصل $[\log_3^4] + [\log_4^3]$ برابر می باشد. ([] جزء صحیح است) ج) معادله درجه دومی که ریشه های آن $2 \pm \sqrt{3}$ می باشد برابر است. د) تابع $f(x) = [x - 1]$ در $x = 1$ پیوستگی دارد. ([] جزء صحیح است)	۲
۳	حاصل عبارت $A = (1 + x + x^2 + \dots + x^8)(1 - x + x^2 - \dots + x^8)$ را به ازای $x = \sqrt{2}$ حساب کنید.	۱
۴	اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 8x + k - 1$ برابر ۱۰ باشد، مقدار k را مشخص کنید.	۱

۱	<p>مساحت مربعی که رأس آن $A(۱-۲)$ و معادله یک ضلع آن $۳x - ۴y + ۵ = ۰$ است را بدست آورید.</p>	۵
۱	<p>ثابت کنید تابع $f(x) = ۳x - ۲x + ۱$ وارون پذیر است.</p>	۶
۱	<p>تابع های $f = \{(۲,۱), (۳,۲), (۴,۵), (۱,۷)\}$ و $g = \{(۱,۲), (۳,۱), (a,۳), (b,۱)\}$ مفروض اند. اگر $(۴,۲) \in fog$ و $(۴,۱) \in gof$ آن گاه دوتایی (a,b) را بیابید.</p>	۷
۱	<p>اگر $\log_۴^۶ = k$ باشد حاصل $\log_{۲۴}^{۵۴}$ را بر حسب k بدست آورید.</p>	۸

۱	معادله لگاریتمی $\log \frac{(x+8)^3}{x} = 2 - \log \frac{(x-6)}{x}$ را حل کنید.	۹
۱	مقادیر $\sin \frac{\pi}{12}$ و $\tan \frac{5\pi}{12}$ را حساب کنید.	۱۰
۱/۵	نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$ را در یک دوره تناوب رسم کنید.	۱۱
۱/۵	مقدار $\tan\left(\alpha - \frac{9\pi}{2}\right)$ را حساب کنید. اگر $\frac{\sin\left(\frac{21\pi}{2} + \alpha\right) - 2 \cos(11\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{17\pi}{2} + \alpha\right) - 2 \sin(\pi - \alpha)} = 6$	۱۲

حدود زیر را در صورت وجود بدست آورید. ([] جزء صحیح است)

الف) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 2x[x] + 8}{2x^2 + x - 26}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{4x - 3\pi}$

مقدار a و b را طوری بیابید که تابع زیر روی بازه $[0, 2\pi]$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x}{\cos x} + b & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2 \sin x + 1 & x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{1 - \sin x}{3 + \sin 2x} + a & \frac{\pi}{2} < x \leq 2\pi \end{cases}$$



نام و نام خانوادگی:

نام دبیر: آقای

زمان: دقیقه

کلاس:

تاریخ: / /

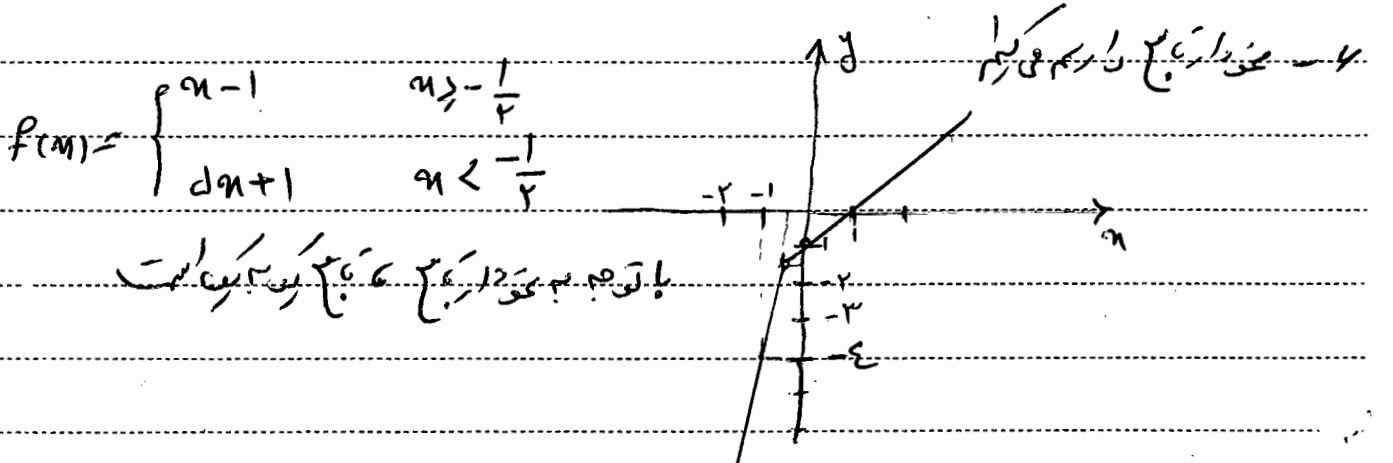
الف) نادرست - ب) درست - ج) نادرست - د) درست

۲- الف) $[1, 3]$ ب) $\sqrt{2}$ ج) $x^2 + 4x + 1 = 0$ د) درست

$$A = \frac{1-x^9}{1-x} \times \frac{1+x^9}{1+x} = \frac{1-x^{18}}{1-x^2} \xrightarrow{x=\sqrt{2}} A = \frac{1-\sqrt{2}^{18}}{1-\sqrt{2}^2} = \frac{d(2-1)}{2-1} = d$$

$$\max y = \frac{-\Delta}{2a} = \frac{-(48+3k-2)}{-2} = 10 \Rightarrow 4k = -20 \Rightarrow k = -5$$

$$L = \frac{|3+1+d|}{\sqrt{3^2+1^2}} \leq \frac{16}{\sqrt{10}} = \frac{16}{d} \Rightarrow f = \frac{256}{10}$$



۷- $(\epsilon, 1) \in g \circ f \Rightarrow g(f(\epsilon)) = 1 \Rightarrow g(d) = 1 \Rightarrow b = d$

$(\epsilon, 2) \in f \circ g \Rightarrow f(g(\epsilon)) = 2 \Rightarrow g(\epsilon) = 4 \Rightarrow k = 2$

۸- $\log_{\epsilon}^4 = k \Rightarrow \log_{\epsilon}^4 + \log_{\epsilon}^2 = k \Rightarrow \frac{1}{\epsilon} \log_{\epsilon}^2 + \frac{1}{\epsilon} = k \Rightarrow \log_{\epsilon}^2 = 2k - 1$

$$\log_{\epsilon}^4 d \epsilon = \frac{\log_{\epsilon}^{4d\epsilon}}{\log_{\epsilon}^{\epsilon}} = \frac{\log_{\epsilon}^{2d} + \log_{\epsilon}^2}{\log_{\epsilon}^1 + \log_{\epsilon}^2} = \frac{2 \log_{\epsilon}^2 + 1}{2 + \log_{\epsilon}^2} = \frac{4k - 2}{2 + 2k} = \frac{2k - 1}{k + 1}$$

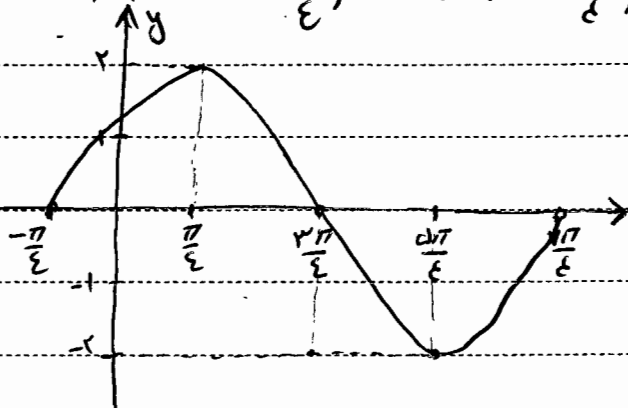
۹- $\log_{\epsilon}^{(2n+1)} = \log_{\epsilon}^{n^2} - \log_{\epsilon}^{(n-4)} \Rightarrow \log_{\epsilon}^{(2n+1)} = \log_{\epsilon}^{\frac{n^2}{n-4}} \Rightarrow (2n+1)(n-4) = n^2$

$2n^2 - 10n - 4n = 0 \Rightarrow (n-1)(n+4) = 0 \Rightarrow n = 1, n = -4$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin(\epsilon\alpha - \varphi_0) = \sin \epsilon\alpha \cos \varphi_0 - \cos \epsilon\alpha \sin \varphi_0 = \frac{\sqrt{r}}{\epsilon} - \frac{\sqrt{r}}{\epsilon} \quad -10$$

$$\tan \frac{\alpha\pi}{4} = \tan(\epsilon\alpha + \varphi_0) = \frac{\tan \epsilon\alpha + \tan \varphi_0}{1 - \tan \epsilon\alpha \tan \varphi_0} = \frac{1 + \frac{\sqrt{r}}{r}}{1 - \frac{\sqrt{r}}{r}} = \frac{r + \sqrt{r}}{r - \sqrt{r}}$$

$$f(x) = \sqrt{r} \times \sqrt{r} \sin\left(x + \frac{\pi}{\epsilon}\right) = r \sin\left(x + \frac{\pi}{\epsilon}\right) \quad -11$$



$$\frac{\cos \alpha + r \cos \alpha}{\sin \alpha - r \sin \alpha} = 4 \quad -12$$

$$\Rightarrow \frac{r \cos \alpha}{-r \sin \alpha} = 4 \rightarrow \cot \alpha = -4 \Rightarrow \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow r^-} \frac{x^2 - 4x + 1}{r x^2 + x - r} = \lim_{x \rightarrow \epsilon^-} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(rx+1)} = \frac{r}{1+r} \quad -13$$

$$\lim_{x \rightarrow r} \frac{\sqrt{rx+d}-r}{rx-\epsilon} \times \frac{\sqrt{rx+d}+r}{\sqrt{rx+d}+r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{rx+d-r}{(x-r)(rx+1)(\sqrt{rx+d}+r)} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{r}{\epsilon \times 4}$$

$$2.) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{r} + rt\right)}{r\left(t + \frac{\pi}{r}\right) - \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin rt}{rt} = \frac{1}{r} \quad \left(x = t + \frac{\pi}{r}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^-} \frac{\cos rx}{\cos x} + b = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^-} \frac{r \cos x - \cos rx}{\cos x} + b = b - r \quad -14$$

$$f\left(\frac{\pi}{r}\right) = r \sin \frac{\pi}{r} + 1 = r$$

$$\Rightarrow a = r$$

$$b - r = r \rightarrow b = 2r$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{1 - \sin x + a}{r + \sin rx} = 0 + a$$