

آزمون دوره‌ی تابستانی پایه‌ی یازدهم دبیرستان غیردولتی کمال

پاسخ نامه آزمون جامع شماره (۲)

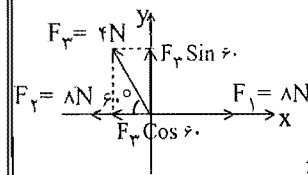
تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۶/۱۹

تعداد سؤال: ۱۲۰ مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان، مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال	مدت پاسخگویی (دقیقه)
۱	فارسی و نگارش	۲۰	۱-۲۰	۱۵
۲	زبان انگلیسی	۲۰	۲۱-۴۰	۱۵
۳	فیزیک	۲۰	۴۱-۶۰	۲۵
۴	شیمی	۲۰	۶۱-۸۰	۲۰
۵	حسابان	۲۰	۸۱-۱۰۰	۲۵
۶	هندسه	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵
۷	آمار و احتمال	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵

۱- مطابق شکل، در صورتی که نیروی F_P را روی دو محور x و y تصویر سازیم، می‌توان برآیند هر دو محور را بدست آورد و در نهایت برآیند برآیندهای محاسبه شده را بدست آورد پس:



$$f_y = F_P \sin 60 = 2 \sin 60 = 2\sqrt{3} \text{ N}$$

$$f_x = |F_1 - F_2 - F_P \cos 60| = |8 - 8 - 2 \cos 60| = |-2| \text{ N} = 2 \text{ N}$$

$$\text{کل } |F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = 4 \text{ N}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (a\hat{i} + b\hat{j}) + (c\hat{i} + d\hat{j}) \Rightarrow \vec{C} = (a+c)\hat{i} + (b+d)\hat{j} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} \quad -2$$

$$\text{tg } \theta = \frac{C_y}{C_x}$$

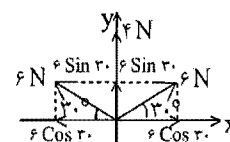
چون زاویه هر بردار با محور x ها در رابطه روبرو صدق می‌کند.

$$\text{tg } 25^\circ = \frac{b+2}{15} \Rightarrow 1 = \frac{b+2}{5} \Rightarrow b+2 = 15 \Rightarrow b = 13$$

بنابراین داریم:

پس گزینه ۴ صحیح است.

۳- دو نیروی ۶ نیوتنی را مطابق شکل مقابل به دو مولفه x و y تجزیه می‌نماییم. مولفه افقی دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند. در راستای عمودی:



$$\sum F = 2 + 2 \times 6 \times \sin 30 - 10 = 2 + 2 \times 6 \times \frac{1}{2} - 10 = 0$$

بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. لذا گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\vec{D} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (5\hat{i}) + \left(-\frac{5}{2}\hat{i} + 10\hat{j}\right) + \left(\frac{5}{2}\hat{i} - 5\hat{j}\right) = 5\hat{i} + 5\hat{j} \quad -4$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{D_y}{D_x} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

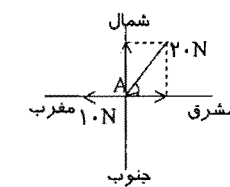
بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح سوال است.

$$|\vec{B} + \vec{A}| = 10 \Rightarrow |(\alpha\hat{i} - 2\hat{j}) + (-2\hat{i} + 8\hat{j})| = 10 \Rightarrow |(\alpha-2)\hat{i} + 6\hat{j}| = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = \sqrt{(\alpha-2)^2 + 6^2} \Rightarrow \alpha-2 = \pm 8 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 10 \\ \alpha = -6 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶- نیروی ۲۰ نیوتنی را به دو نیروی عمود بر هم F_1 و F_2 تجزیه می‌کنیم:



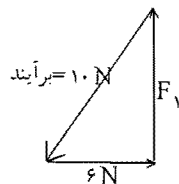
$$F_1 = 20 \cos 60 = 10 \text{ N}$$

$$F_2 = 20 \sin 60 = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

بنابراین در راستای مشرق مغرب نیروها همدیگر را خنثی می‌کنند و با توجه به اینکه $F_2 = 10\sqrt{3} \text{ N} > 10 \text{ N}$ نتیجه می‌گیریم برآیند نیروها در جهت شمال خواهد بود.

بنابراین ذره در جهت شمال حرکت می‌کند. پس گزینه ۲ صحیح است.

۷- طبق قانون دوم نیوتن، $F = ma$ است، بنابراین اندازه نیرویی که بر جسم اثر کرده تا



$$F = 2 \times 5 = 10 \text{ N}$$

شتاب 5 m/s^2 پیدا کند برابر است با:

لذا اندازه برآیند دو نیروی عمود بر هم ۱۰ نیوتن است، پس:

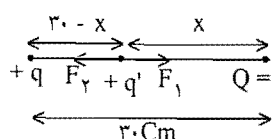
$$F_1^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow F_1^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow F_1 = 8 \text{ N}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۸- بر بار $+q$ دو نیرو وارد می‌شود که اندازه آنها $F = k \frac{qQ}{d}$ است. نیرویی که از طرف بار $+Q$ وارد می‌شود، دافعه

است و نیرویی که از طرف بار $-Q$ وارد می‌شود، جاذبه می‌باشد. لذا جهت این نیروها به سمت بار $-Q$ بوده و برآیند آنها همان مجموعشان، یعنی $2F$ است. پس گزینه ۴ صحیح است.

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای اینکه بار $+q$ به حالت تعادل

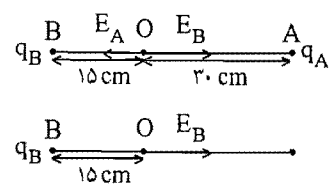


درآید، باید در فاصله‌ای از دو بار دیگر قرار بگیرد که نیروی الکتریکی

وارد بر آن از طرف دیگر یکسان باشد. یعنی:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{kqq'}{(20-x)^2} = \frac{kq'(2q)}{x^2} \Rightarrow x^2 = 2(20-x)^2 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ Cm} \\ x = 60 \text{ Cm} \end{cases}$$

غیر قابل قبول



$$\left. \begin{aligned} E_A &= \frac{kq_A}{(30)^2} \\ E_B &= \frac{kq_B}{(15)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 = E_A - E_B = \frac{k(q_B - \frac{q_A}{4})}{2250} \quad -10$$

در حالت دوم فقط میدان ناشی از بار q_B وجود دارد:

$$E_B = \frac{kq_B}{(15)^2} \Rightarrow E_2 = \frac{k}{2250} q_B$$

$$|E_1| = |E_2| \Rightarrow \left| \frac{k}{2250} q_B - \frac{q_A}{4} \right| = \frac{k}{2250} |q_B| \Rightarrow q_B - \frac{q_A}{4} = -q_B \Rightarrow q_A = 8q_B \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 8$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

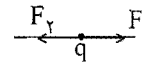
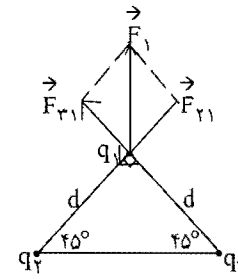
۱۱- نقطه C خارج از دو بار قرار دارد. پس دو بار باید غیرهمنام باشند تا نیروی هر یک از آنها در نقطه C عکس یکدیگر باشد و بتواند یکدیگر را خنثی کند. بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل سوال، مثلثی که بارها در راس آن قرار دارند، قائم الزاویه و متساوی الساقین است.

$$F_{r1} = \frac{kq_1 q_2}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 10 \text{ N}$$

$$F_{r1} = \frac{kq_1 q_2}{d^2} = 10 \text{ N}$$

$$F_1 = \sqrt{F_{r1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ N}$$



$$F = F_1 - F_2 = k \frac{q_1 q}{(2r)^2} - k \frac{q_2 q}{r^2} = kq \left(\frac{1}{4r^2} - \frac{1}{r^2} \right) = .$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} F_B &= 9 \times 10^9 \times \frac{16 \times 1 \times 10^{-12}}{(4 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N} \\ F_C &= 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 1 \times 10^{-12}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_t = \sqrt{90^2 + 90^2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به داده‌های سوال می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{aligned} F &= \frac{Kq_1 q_2}{r^2} \\ q_1 &= 2Q \\ q_2 &= 2Q \\ r &= d \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \frac{4KQ^2}{d}$$

حال نیروهایی را که هر کدام از بارهای الکتریکی بر بار Q وارد می‌کند، حساب می‌کنیم.

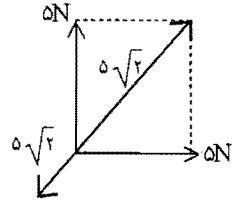
$$F_1 = \frac{Kq_1 q}{r_1^2} = \frac{K(2Q)Q}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} = \frac{18KQ^2}{d^2} \quad \text{و} \quad F_2 = \frac{Kq_2 q}{r_2^2} = \frac{K(2Q)Q}{\left(\frac{2d}{3}\right)^2} = \frac{9KQ^2}{d^2}$$

F_1 به سمت B و F_2 به سمت A بر بار Q وارد می‌شود. پس نیروی برآیند به صورت زیر حساب می‌شود:

$$F_t = F_1 - F_2 = \frac{9KQ^2}{d^2}$$

جهت F_t به سمت B است و اگر آن را با F مقایسه کنیم، ملاحظه می‌شود که اندازه‌ی آن $\frac{9}{8}F$ است.

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا برآیند نیروها روی محور X ها را محاسبه کرده که برابر ۵N می‌شود سپس برآیند این دو نیرو با F_3 را محاسبه می‌کنیم که با F_3 قرینه می‌گردد و اندازه برآیند کار صفر می‌گردد.



نکته‌ی درسی:

اندازه برآیند دو نیروی هم اندازه که با هم زاویه α بسازند از رابطه $|\vec{R}| = 2|\vec{A}| \cos \frac{\alpha}{2}$ محاسبه می‌گردد.

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (\vec{i} + \vec{j}) + (-\vec{i} - \vec{j}) + (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} + \vec{b}$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow |\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

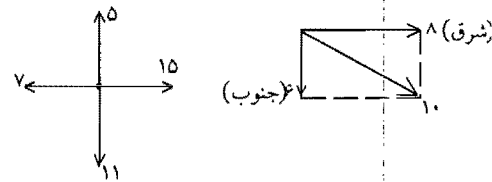
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \alpha \vec{i} - 2\vec{j} = (\alpha + 2)\vec{i} + (2 + \beta)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + 2 = \alpha \\ \beta + 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = -4 \end{cases}$$

$$\tan \beta = \frac{a}{R} = \frac{a}{\sqrt{3}a} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \hat{\alpha} = 90 + 30 = 120^\circ$$



۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} F_x &= 15 - 7 = 8 \\ F_y &= 11 - 5 = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ N}$$

۸۱. گزینه ۴

$$2(3p+4) = (2p+3) + (5p-1) \Rightarrow 6p+8 = 7p+2 \Rightarrow p=6$$

$$\Rightarrow p=6 \Rightarrow a_1 = 15, a_2 = 22, a_3 = 29 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 7$$

۸۲. گزینه ۱

$$a_n = a_1 + (n-1)d \text{ می دانیم:}$$

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a'_1 = 4 \\ d' = 2 \end{cases}$$

$$a_n = 5 + 2(n-1) = 2n + 3$$

$$a'_n = 4 + 2(n-1) = 2n + 1 \Rightarrow \text{یک واحد بیشتر است.}$$

۸۳. گزینه ۳

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 27 \\ a_1 + a_3 = 2a_2 \end{cases} \Rightarrow 2a_2 = 27 \Rightarrow a_2 = 9$$

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 27 - 9 = 18 \\ a_1 \times a_3 = \frac{648}{9} = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 6 \\ a_3 = 12 \end{cases}$$

۸۴. گزینه ۱

$$1, 3, 5, \dots, 2(n+2) - 1$$

دنباله حسابی با جمله ۱ و جمله آخر $2n+3$ می باشد.

$$S_{n+2} = \frac{n+2}{2} (2n+3+1) \Rightarrow S = (n+2)^2$$

۸۵. گزینه ۴

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = 5050 \Rightarrow n(n+1) = 10100$$

با چک کردن گزینه ها $n = 100$ قابل قبول است.

۸۶. گزینه ۳

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \text{ می دانیم در هر دنباله ی عددی}$$

$$(I) S_{20} = \frac{20}{2} (2a + (20-1)d) = 10(2a + 19d)$$

$$(II) S_{20} = \frac{20}{2} (2a + (20-1)(d-3)) = 10(2a + 19d - 57) = 10(2a + 19d) - 570$$

۸۷. گزینه ۱ نکته ی ۱: اگر مجموع n جمله اول دنباله ی $\{a_n\}$ برابر با S_n باشد آن گاه:

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ نکته ی ۲: مجموع } n \text{ جمله ی اول یک دنباله ی حسابی را می توان از دو دستور } S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

محاسبه کرد با توجه به نکات بالا داریم:

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - n^2 - [2(n-1) - (n-1)^2] = 2n - n^2 - (2n - 2 - n^2 + 2n - 1)$$

$$= 2n - n^2 - 2n + 2 + n^2 - 2n + 1 = -2n + 3 \Rightarrow a_n = -2n + 3$$

برای به دست آوردن $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ دو روش وجود دارد.

راه حل اول: تک تک جملات را به دست آورده و با هم جمع می کنیم:

$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = (-1) + (-5) + (-9) + (-13) + (-17) = -45$$

راه حل دوم: این ۵ جمله را یک دنباله ی حسابی در نظر گرفته، جمله ی اول را به a_2 و جمله ی a_n را a_{10} قرار دهیم:

$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = \frac{5}{2} (a_2 + a_{10}) = \frac{5}{2} (-1 + (-17)) = -45$$

۸۸. گزینه ۱

$$7, 21, 35, \dots, 189 \xrightarrow{a_1=7, d=+14} n = \text{تعداد} = \frac{189-7}{14} + 1 = 14$$

$$\Rightarrow S_n = 7(14 + 13 \times 14) = 1372$$

۸۹. گزینه ۲

$$\begin{cases} 4, 7, 10, 13, 16, \dots \\ 1, 5, 9, 13, 17, \dots \end{cases}$$

اولین جمله‌ی مشترک ۱۳ است و قدر نسبت دنباله‌ی مشترک برابر است با ک.م.م ۳ و ۴ یعنی ۱۲. $[3, 4] = 12$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 13 + 12(n-1) < 100 \Rightarrow 12n < 99 \Rightarrow n < \frac{99}{12} \Rightarrow n \leq 8$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_8 = 4(2(13) + 7(12)) = 4(110) = 440$$

۹۰. گزینه ۴ روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله‌ی حسابی سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند
آنگاه

$$q = \frac{n-m}{m-k} \text{ قدر نسبت دنباله‌ی هندسی}$$

بنابراین:

$$q = \frac{11-5}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنباله‌ی حسابی می‌باشد:

$$a_1, a_5, a_{11} \Rightarrow a_5^2 = a_1 \times a_{11}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10ad \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d$$

$$\Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{12d}{8d} = \frac{3}{2}$$

۹۱. گزینه ۴

$$S_3 = 136 \Rightarrow \frac{a(q^3-1)}{q-1} = 136 \Rightarrow \frac{S_6}{S_3} = \frac{a(q^6-1)(q^3+1)}{a(q^3-1)^2} = \frac{153}{136}$$

$$\Rightarrow q^3 + 1 = \frac{153}{136} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_5} = \frac{a}{aq^4} = 16$$

۹۲. گزینه ۲

$$S_8 = \frac{5}{4} S_4 \Rightarrow a_1 \frac{1-q^8}{1-q} = \frac{5}{4} a_1 \frac{1-q^4}{1-q} \Rightarrow 1+q^4 = \frac{5}{4} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_7}{a_1} = q^6 = (q^2)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

۹۳. گزینه ۳

معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c$ دو ریشه‌ی مختلف‌العلامه دارد هرگاه $\frac{c}{a} < 0$ باشد.

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m-3}{m-1} < 0 \Rightarrow 1 < m < 3$$

۹۴. گزینه ۲

$$x^2 + 3x + a = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4a = 0 \Rightarrow a = \frac{9}{4}$$

۹۵. گزینه ۱

روش اول) با تغییر x به $-x$ معادله هیچ تغییری نمی‌کند پس جمع ریشه‌های آن برابر صفر است. زیرا ریشه‌های آن دو به دو قرینه هستند.

روش دوم) می‌دانیم $x^2 = |x|^2$ بنابراین:

$$|x|^2 - 3|x| + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4 = 5$$

$$\rightarrow |x| = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow \begin{cases} |x| = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow x = \pm \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ |x| = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow x = \pm \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

مجموع هر چهار ریشه برابر صفر است.

۹۶. گزینه ۴

نکته: معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دو ریشه‌ی معکوس دارد هرگاه $\frac{c}{a} < 0$ و $\Delta > 0$ باشد.

$$\frac{c}{a} = 1 \Rightarrow c = a \Rightarrow m^2 - 6 = m \Rightarrow (m+2)(m-3) = 0$$

$$m = -2, m = 3$$

$$\begin{cases} m = -2 \rightarrow -2x^2 + 5x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = 25 - 16 > 0 \text{ ق.ق.} \\ m = 3 \rightarrow 3x^2 + 5x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 25 - 36 < 0 \text{ غ.ق.ق.} \end{cases}$$

۹۷. گزینه ۱

α, β ریشه‌های معادله هستند پس در خود معادله صدق می‌کنند.

$$S = -\frac{b}{a} = 2, P = \frac{c}{a} = -4$$

$$\text{ریشه } \alpha \rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 4 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4 = 2\alpha$$

$$(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2 = (2\alpha)^2 + 4\beta^2 = 4(\alpha^2 + \beta^2) = 4(s^2 - 2p) = 4(4 + 8) = 48$$

۹۸. گزینه ۴

ابتدا مجموع و حاصلضرب را می‌یابیم و سپس عبارت $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ را به مجموع و حاصلضرب تبدیل می‌کنیم.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 4, x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1$$

$$A = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \Rightarrow A^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} \Rightarrow A^2 = 6 \Rightarrow A = \sqrt{6}$$

۹۹. گزینه ۲

در اینگونه تست‌ها ابتدا با توجه به صورت سوال رابطه‌ای بین x_1 و x_2 می‌نویسیم و سپس یک رابطه‌ی دیگر بین x_1 و x_2 از خود معادله می‌یابیم:

$$x_1 = 3x_2 + 3 \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 3x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = \frac{17}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = \frac{17}{3} \end{cases}$$

$$4x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 17\left(\frac{2}{3}\right) + m = 0 \Rightarrow m = 10$$

۱۰۰. گزینه ۱ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = P = \frac{c}{a}, |\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2}| = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$$

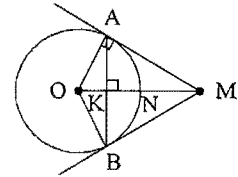
در معادله‌ی $x^2 - 12x + 4 = 0$ داریم:

۱۰۱. گزینه ۳ از M به مرکز O وصل می کنیم تا دایره را در N قطع کند در این صورت N نزدیکترین نقطه دایره تا M است.

$$MN = 4\sqrt{2} - 4$$

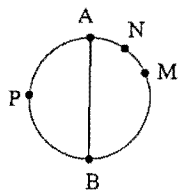
$$MO = MN + R = 4\sqrt{2} - 4 + 4 = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle OAM: OA^2 = OK \times OM \Rightarrow 4^2 = OK \times 4\sqrt{2} \Rightarrow OK = 2\sqrt{2}$$



۱۰۲. گزینه ۲

AB قطر دایره است، پس محیط آن را نصف می کند



$$\widehat{AMB} = 2 \times \widehat{AMB} = 2 \times 5x = 10x$$

از طرفی:

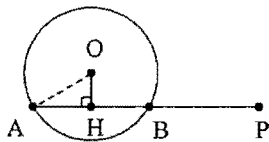
$$\widehat{BAM} = \widehat{BPA} + \widehat{ANM}$$

$$6x = 5x + \widehat{ANM} \Rightarrow \widehat{ANM} = x$$

$$? = \frac{\text{محیط}}{\widehat{ANM}} = \frac{10x}{x} = 10$$

۱۰۳. گزینه ۴

طبق اطلاعات داده شده در صورت سؤال $AB = 8, OH = 2$
 OH عمود بر وتر، پس منصف آن نیز هست پس $AH = 4$

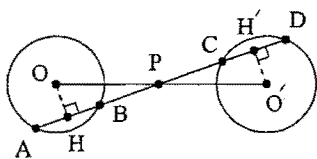


$$\triangle OHA: OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow OA^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow OA = 2\sqrt{5}$$

OA شعاع و $2\sqrt{5}$ است پس قطر $4\sqrt{5}$ می شود.

۱۰۴. گزینه ۱

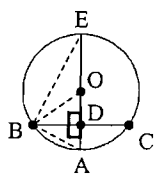
$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \\ \text{زاویه } \widehat{P} \text{ مقابل به رأس} \\ \text{وتر و یک} \\ \text{وتر} \\ \text{زاویه حاده} \end{array} \right. \xrightarrow{\triangle} \triangle OHP \cong \triangle O'H'P \Rightarrow OH = O'H'$$



در دایره وترهای متساوی الفاصله از مرکز هم طولند پس $AB = CD$

۱۰۵. گزینه ۴

شعاع را x فرض می کنیم، پس:



$$OD = AD = \frac{x}{2} \Rightarrow ED = \frac{3}{2}x$$

حال:

$$\begin{cases} \text{مشتک } BD \\ OD = AD \Rightarrow \triangle OBD \cong \triangle ABD \Rightarrow AB = OB = x \\ \widehat{D} = 90^\circ \end{cases}$$

و در مثلث $\triangle OBD$ داریم:

$$BD^2 + OD^2 = OB^2 \Rightarrow BD = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

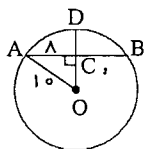
حال می رویم سراغ مثلث $\triangle EBD$ و داریم:

$$\begin{aligned} BD^2 + ED^2 &= EB^2 \\ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(\frac{3}{2}x\right)^2 &= EB^2 \Rightarrow EB = \sqrt{3}x \end{aligned}$$

و اما جمع بندی

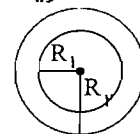
$$? = \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3}$$

۱۰۶. گزینه ۳ OC عمود بر AB است پس منصف آن نیز می باشد.



$$\triangle AOC : OC^2 = AO^2 - AC^2 \Rightarrow OC = 6$$

۱۰۷. گزینه ۳ داریم:



$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{4}$$

$$\pi R_2^2 - \pi R_1^2 = \frac{9}{4}\pi \Rightarrow R_2^2 - R_1^2 = \frac{9}{4}$$

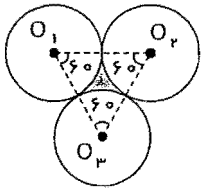
$$\left(\frac{5}{4}R_1\right)^2 - R_1^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{9}{16}R_1^2 = \frac{9}{4}$$

$$R_1 = 2, R_2 = \frac{5}{2}$$

$$? = R_2 + R_1 = 4,5$$

۱۰۸. گزینه ۴

با وصل مرکزها مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲ به وجود می آید.



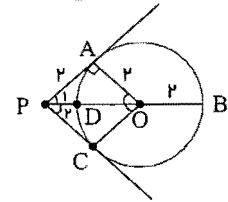
برای به دست آوردن ناحیه مورد نظر مساحت سه قطاع 60° را از مساحت مثلث کم می کنیم.

$$? = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 - 3 \times \frac{\pi(1)^2}{6} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$$

۱۰۹. گزینه ۳ اگر از P به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در نقاط D و B قطع کند آنگاه بیشترین

فاصله PB و کمترین فاصله PD است و چون $\hat{P}_1 = \hat{P}_2 = 45^\circ$ است لذا مثلث $\triangle APO$ قائم الزاویهی متساوی الساقین است پس: $AO = AP = 2$

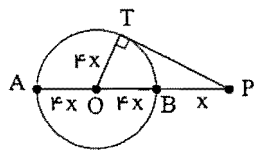
$$\triangle APO: (AP)^2 + (AO)^2 = (PO)^2 \Rightarrow PO = 2\sqrt{2}$$



$$? = \frac{PB}{PD} = \frac{PO + OB}{PO - OD} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{2 - 1} = (\sqrt{2} + 1)^2$$

۱۱۰. گزینه ۱

PB را x فرض می کنیم و در نتیجه $PA = 9x$ حال:



$$PA = 2R + PB \Rightarrow 2R = 8x \Rightarrow R = 4x$$

حال در مثلث قائم الزاویهی $\triangle OTP$ داریم:

$$OT^2 + PT^2 = OP^2$$

$$(4x)^2 + PT^2 = (5x)^2 \Rightarrow PT = 3x$$

از طرفی:

$$S = \frac{1}{2} \times OT \times PT$$

$$\frac{1}{2} \times 4x \times 3x = 24 \Rightarrow x = 2$$

در نتیجه:

$$R = 4x = 4 \times 2 = 8$$