



نام: [کلید آزمون]

شماره‌ی داوطلبی:

تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۹/۲۳

پیش آزمون مرآت شماره ۴ یازدهم ریاضی

دبیرستان کمال دوره ی دوم



۱	۵۱	۱۰۱	۱۵۱	۲۰۱	۲۵۱
۲	۵۲	۱۰۲	۱۵۲	۲۰۲	۲۵۲
۳	۵۳	۱۰۳	۱۵۳	۲۰۳	۲۵۳
۴	۵۴	۱۰۴	۱۵۴	۲۰۴	۲۵۴
۵	۵۵	۱۰۵	۱۵۵	۲۰۵	۲۵۵
۶	۵۶	۱۰۶	۱۵۶	۲۰۶	۲۵۶
۷	۵۷	۱۰۷	۱۵۷	۲۰۷	۲۵۷
۸	۵۸	۱۰۸	۱۵۸	۲۰۸	۲۵۸
۹	۵۹	۱۰۹	۱۵۹	۲۰۹	۲۵۹
۱۰	۶۰	۱۱۰	۱۶۰	۲۱۰	۲۶۰
۱۱	۶۱	۱۱۱	۱۶۱	۲۱۱	۲۶۱
۱۲	۶۲	۱۱۲	۱۶۲	۲۱۲	۲۶۲
۱۳	۶۳	۱۱۳	۱۶۳	۲۱۳	۲۶۳
۱۴	۶۴	۱۱۴	۱۶۴	۲۱۴	۲۶۴
۱۵	۶۵	۱۱۵	۱۶۵	۲۱۵	۲۶۵
۱۶	۶۶	۱۱۶	۱۶۶	۲۱۶	۲۶۶
۱۷	۶۷	۱۱۷	۱۶۷	۲۱۷	۲۶۷
۱۸	۶۸	۱۱۸	۱۶۸	۲۱۸	۲۶۸
۱۹	۶۹	۱۱۹	۱۶۹	۲۱۹	۲۶۹
۲۰	۷۰	۱۲۰	۱۷۰	۲۲۰	۲۷۰
۲۱	۷۱	۱۲۱	۱۷۱	۲۲۱	۲۷۱
۲۲	۷۲	۱۲۲	۱۷۲	۲۲۲	۲۷۲
۲۳	۷۳	۱۲۳	۱۷۳	۲۲۳	۲۷۳
۲۴	۷۴	۱۲۴	۱۷۴	۲۲۴	۲۷۴
۲۵	۷۵	۱۲۵	۱۷۵	۲۲۵	۲۷۵
۲۶	۷۶	۱۲۶	۱۷۶	۲۲۶	۲۷۶
۲۷	۷۷	۱۲۷	۱۷۷	۲۲۷	۲۷۷
۲۸	۷۸	۱۲۸	۱۷۸	۲۲۸	۲۷۸
۲۹	۷۹	۱۲۹	۱۷۹	۲۲۹	۲۷۹
۳۰	۸۰	۱۳۰	۱۸۰	۲۳۰	۲۸۰
۳۱	۸۱	۱۳۱	۱۸۱	۲۳۱	۲۸۱
۳۲	۸۲	۱۳۲	۱۸۲	۲۳۲	۲۸۲
۳۳	۸۳	۱۳۳	۱۸۳	۲۳۳	۲۸۳
۳۴	۸۴	۱۳۴	۱۸۴	۲۳۴	۲۸۴
۳۵	۸۵	۱۳۵	۱۸۵	۲۳۵	۲۸۵
۳۶	۸۶	۱۳۶	۱۸۶	۲۳۶	۲۸۶
۳۷	۸۷	۱۳۷	۱۸۷	۲۳۷	۲۸۷
۳۸	۸۸	۱۳۸	۱۸۸	۲۳۸	۲۸۸
۳۹	۸۹	۱۳۹	۱۸۹	۲۳۹	۲۸۹
۴۰	۹۰	۱۴۰	۱۹۰	۲۴۰	۲۹۰
۴۱	۹۱	۱۴۱	۱۹۱	۲۴۱	۲۹۱
۴۲	۹۲	۱۴۲	۱۹۲	۲۴۲	۲۹۲
۴۳	۹۳	۱۴۳	۱۹۳	۲۴۳	۲۹۳
۴۴	۹۴	۱۴۴	۱۹۴	۲۴۴	۲۹۴
۴۵	۹۵	۱۴۵	۱۹۵	۲۴۵	۲۹۵
۴۶	۹۶	۱۴۶	۱۹۶	۲۴۶	۲۹۶
۴۷	۹۷	۱۴۷	۱۹۷	۲۴۷	۲۹۷
۴۸	۹۸	۱۴۸	۱۹۸	۲۴۸	۲۹۸
۴۹	۹۹	۱۴۹	۱۹۹	۲۴۹	۲۹۹
۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰	۳۰۰

پاسخ نامه تشریحی



رشته ی علوم ریاضی

آزمون های تستی ماهانه پایه ی یازدهم
دبیرستان غیردولتی کمال

پاسخ نامه تشریحی (دروس ستاره دار)

پیش آزمون شماره ۴ گزینه دو (آخر ماه)

تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۹/۲۳

تعداد سؤال: ۱۵۰ مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

عنوان، مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال	مدت پاسخگویی (دقیقه)
۱	فارسی و نگارش	۱۵	۱-۱۵	۱۰
۲	عربی	۱۵	۱۶-۳۰	۱۰
*۳	دین و زندگی	۱۵	۳۱-۴۵	۱۰
۴	زبان انگلیسی	۱۵	۴۶-۶۰	۱۰
**۵	مسابقه	۲۰	۶۱-۸۰	۴۰
**۶	هندسه	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵
۷	آمار و احتمال	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵
**۸	فیزیک	۲۰	۱۰۱-۱۲۰	۴۰
۹	شیمی	۲۰	۱۲۱-۱۴۰	۲۰
۱۰	زمین شناسی	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰

سال ۱۳۹۳ دبیرستان کمال	تاریخ :	وقت : دقیقه
	نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۵
		موضوع: احسن و زندگی سال یازدهم

۳۱. گزینه ۲ البته معجزات پیامبران گذشته فقط برای مردم آن زمان قابل مشاهده بوده و امروزه اثری از آن باقی نمانده است.

عبارت	اشاره به
امتناع شدگان از رفت و آمد مردم به خانه پیامبر (ص)	اعجاز لفظی
۳۲. گزینه ۱ همانند اعضای یک بدن هستند	
موضوعاتی چون عدالت خواهی، علم دوستی سخن گفته شده اعجاز محتوایی - تأثیر ناپذیری از عقاید دوران جاهلیت	
آسمان را با قدرت خود برافراشتیم و همواره آنرا وسعت دادیم	
اعجاز محتوایی - ذکر نکات علمی بی سابقه	

عبارت	اشاره به
تفاوت این کلام با سایر کلامها	اعجاز لفظی
۳۳. گزینه ۳ نوید هم بودن آیات قرآن	
نفوذ در فکرها و جانها	
اعجاز محتوایی - انسجام درونی درعین نزول تدریجی	
اعجاز لفظی	

۳۴. گزینه ۳ در بیان گزینه‌ها فقط گزینه‌ی ۳ به اعجاز پیامبر اکرم (ص) یعنی قرآن اشاره ندارد و باقی گزینه‌ها اشاره به اعجاز قرآن و دعوت به مبارزه آن دارند.

معنی گزینه‌ی ۳: برایتان از گل چیزی چون پرنده می‌سازم. که اشاره به حضرت عیسی (ع) دارد.

۳۵. گزینه ۴ و برای اثبات عجز و ناتوانی آنان پیشنهاد آوردن حتی یک سوره مانند قرآن را هم به آنها (شک‌کنندگان) داده است: آیه: ام یقولون افتراهی قل فأتوا بسورة من مثله

معنی: می‌گویند پیامبر به خدا افترا زده است بگو: اگر می‌توانید یک سوره همانند آن بیاورید.

اما تأکید می‌کند که هیچ‌گاه نمی‌توانند همانند قرآن بیاورند: (همیشگی بودن عجز)

آیه: قل لئن ... معنی: بگو اگر تمامی انس و جن جمع شوند تا همانند قرآن را بیاورند.

لا تاتون بمثله‌ی: نمی‌توانند همانند آن را بیاورند.

تاریخ :	وقت : دقیقه	سوال ۲۵۳۲۱
نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۶	
موضوع ۱: احسن و زندگی ۲: احسن و زندگی سال یازدهم		دبیرستان کمال

۳۶. گزینه ۴ «أَلَمْ تَرَ إِلَى الَّذِينَ يَزْعُمُونَ أَنَّهُمْ آمَنُوا بِمَا نُزِّلَ إِلَيْكَ وَمَا أُنزِلَ مِنْ قَبْلِكَ يُرِيدُونَ أَنْ يَتَحَاكَمُوا إِلَى الطَّاغُوتِ وَقَدْ أُمِرُوا أَنْ يَكْفُرُوا بِهِ وَيُرِيدُ الشَّيْطَانُ أَنْ يُضِلَّهُمْ ضَلَالًا بَعِيدًا»

معنی: آیا ندیده‌ای کسانی که گمان می‌برند به آنچه به تو نازل شده و به آنچه پیش از تو نازل شده ایمان دارند اما می‌خواهند داوری نزد طاغوت برند حال آنکه به آنان دستور داده شده که به آن کفر بورزند و شیطان می‌خواهد آنان را به گمراهی دور و درازی کشاند. که با توجه به آیه فوق گزینه ی ۴ صحیح نمی‌باشد. و در واقع اطاعت از طاغوت بر مسلمانان مردم است ته تمامی مردم جهان.

۳۷. گزینه ۴ هر دو عبارت مربوط به ولایت معنوی رسول خدا می‌باشد. عالمی پاک سرشت با همه تلاشی که کرده در حل یک مسئله علمی بازمانده و رسول خدا به صورت الهام در خواب و بیداری او را هدایت کرده مربوط به هدایت معنوی است که نمونه‌ای از ولایت معنوی است که به لیاقت و استعداد بستگی دارد. و روایت حضرت امیر (ع) که روزی رسول خدا هزار باب از علم را بر رویم گشود... هم نمونه ای از هدایت معنوی است که طبق کتاب درسی بهره‌مندی از آن به درجه ایمان و عمل است.

۳۸. گزینه ۳ برترین و بالاترین قلمرو رسالت پیامبر (ص) ولایت معنوی است. که دارا بودن این مرتبه به موجب انجام وظایف عبادیت و بندگی در مسیر قرب الهی می‌باشد. و به واسطه این ولایت پیامبر (ص) می‌توانست مریض را شفا دهد.

عبارت	معنی	اشاره به
يَتْلُو عَلَيْهِمْ آيَاتِهِ	می‌خواند بر آنها آیات او را	مسئولیت اول (دریافت و ابلاغ وحی)
وَيُزَكِّيهِمْ وَيُعَلِّمُهُمُ الْكِتَابَ وَالْحِكْمَةَ	و پاک می‌گرداند آنها را و تعلیم می‌دهد به آنها کتاب و حکمت را (تعلیم و تبیین تعالیم قرآن - لرهت نبع)	مسئولیت دوم
وَلَمْ يَتَذَي بِشَيْءٍ كَمَا نُودِيَ بِالْوَلَايَةِ	و به چیز دیگری دعوت نشده آن گونه که به ولایت دعوت شده‌اند	مسئولیت سوم (اجرای قوانین الهی با تشکیل حکومت اسلامی و ولایت ظاهری)

۴۰. گزینه ۱ ضرورت تشکیل حکومت اسلامی:

الف: ضرورت اجرای احکام اجتماعی اسلام: اسلام یک دین کاملاً اجتماعی است یعنی علاوه بر فرد به زندگی اجتماعی نیز توجه کامل دارد و تا آن جا که مقدور بوده به برخی احکام فردی همچون عبادت نیز جنبه اجتماعی داده است: مثلاً نماز جماعت را از نماز فردی برتر دانسته و برای آن ثواب بیشتری قرار داده است.

که در این زمینه امام خمینی (ره) می‌فرماید: مذهب اسلام همزمان با اینکه به انسان می‌گوید که خدا را عبادت کن و چگونه عبادت کن به او می‌گوید چگونه زندگی کن و روابط خود را با سایر انسان‌ها چگونه باید برقرار نماید. هیچ حرکتی و عملی از فرد و جامعه نیست مگر اینکه مذهب اسلام برای آن حکمی مقرر داشته است.

۴۱. گزینه ۱ آیه ی «أَلَمْ تَرَ إِلَى الَّذِينَ يَزْعُمُونَ أَنَّهُمْ آمَنُوا بِمَا أُنزِلَ إِلَيْكَ وَمَا أُنزِلَ مِنْ قَبْلِكَ ... بیانگر حرمت مراجعه به طاغوت و عدم تبعیت از عامل گمراهی انسان (شیطان) است.

۴۲ - ۴

۴۳ - ۳

۴۴ - ۳

۴۵ - ۴

سنتا Senta	وقت : دقیقه	تاریخ :
دبیرستان کمال	تعداد سوالات: ۱۹	نام و نام خانوادگی :
	موضوع ۱: حساب دیفرانسیل و انتگرال و ریاضی پایه ۲: حسابان ۳: ریاضی عمومی بخش دانشگاهی و پایه	

۶۱. گزینه ۲

شرط تابع بودن در زوج مرتب این است که مولفه‌ی اول یکسان نداشته باشد و در صورت یکسان بودن مولفه‌ی اول، باید مولفه‌ی دوم هم برابر باشد.

$$(2, 1)(2, m^2) \quad m^2 = 1 \rightarrow m = \pm 1$$

$$m = 1 \rightarrow \{(2, 1), (5, 3), (2, 1), (1, 4), (1, 3)\} \quad \text{تابع نیست}$$

$$m = -1 \rightarrow \{(2, 1), (5, 3), (2, 1), (1, 4), (-1, 3)\} \quad \text{تابع است}$$

۶۲. گزینه ۲

$$f(-2) = x^2 - 1 = (-2)^2 - 1 = 3 \rightarrow f(3) = x - 1 = 3 - 1 = 2$$

۶۳. گزینه ۲

دو تابع به صورت زوج مرتب، در صورتی مساوی یکدیگرند که اولاً مولفه‌های اول برابر باشند و ثانیاً به ازای مولفه‌ی اول، باید مولفه‌ی دوم هم برابر باشد.

$$Df = Dg \Rightarrow \{a, 3, 0\} = \{a, 0, c\} \Rightarrow c = 3 \quad *$$

$$f(a) = g(a) \Rightarrow 1 = b - 2 \Rightarrow b = 3 \quad **$$

$$f(3) = g(3) \Rightarrow 2 = a \quad ***$$

$$*** \text{ و } ** \text{ و } * = 2(3) - (3) + 2 = 5$$

۶۴. گزینه ۲ مشخص است که $g(x) = |f(x)|$. بنابراین دو تابع زمانی برابرند که همواره $f(x) \geq 0$ باشد و یک تابع درجه‌ی دوم در صورتی همواره مثبت است که $\Delta \leq 0$ و $a > 0$ باشد. در اینجا $a = 2$ مثبت است بنابراین باید:

$$\Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow 1 - 4 \left(\frac{1}{2}k\right)(2) \leq 0 \Rightarrow k \geq \frac{1}{4}$$

۶۵. گزینه ۴ باید دامنه‌ها برابر باشند و به ازای هر عضو از دامنه، بردهایشان هم برابر شوند.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(x-4)(x+4)}{x+4} = x-4 & x \neq -4 \\ k & x = -4 \end{cases}$$

$$f(-4) = -4 - 4 = -8$$

$$g(-4) = f(-4) \Rightarrow k = -8$$

۶۶. گزینه ۲ عدد ۱ ریشه‌ی مخرج است و مخرج ریشه‌ی دیگری ندارد پس $(x-1)^2$ است.

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 = x^2 - ax + b \Rightarrow a = 2, \quad b = 1$$

$$a + b = 3$$

۶۷. گزینه ۲

نکته: برای محاسبه‌ی دامنه‌ی توابع رادیکالی با فرجه‌ی زوج کافی است زیر رادیکال را نامنفی قرار دهیم.

$$\sqrt{x + \sqrt{-x}}$$

$$x + \sqrt{-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{-x} \geq -x \xrightarrow{-x \geq 0} -x \geq x^2$$

توان ۲ می‌رسانیم

$$\Rightarrow x^2 + x \leq 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow x = 0, x = -1 \rightarrow \begin{array}{c|c|c} & -1 & 0 \\ \hline & + & - \\ \hline & + & + \end{array}$$

$$\Rightarrow -1 \leq x \leq 0 \quad (I)$$

$$\sqrt{-x} \geq 0 \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \quad (II) \rightarrow (I) \cap (II) = [-1, 0]$$

صفحه ۲

۶۸. گزینه ۴

دو تابع در صورتی مساوی یکدیگرند که هم دامنه‌ی آنها مساوی باشد و هم به ازای دامنه‌ها، بردهایشان برابر شود.

$$\text{گزینه ۱: } Df: x^3 - 2x^2 = x^2(x-2) \geq 0 \Rightarrow Df = [2, +\infty) \cup \{0\}$$

$$Dg = [2, +\infty) \Rightarrow Df \neq Dg \Rightarrow f \neq g$$

$$\text{گزینه ۲: } Df: x^3 - 2x \geq 0 \Rightarrow Df = [-\sqrt{2}, 0] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$$

$$Dg: x \geq 0 \cap x^2 - 2 \geq 0 \Rightarrow Dg = [\sqrt{2}, +\infty) \quad Dg \neq Df \Rightarrow f \neq g$$

گزینه ۳: $g(x)$ تابع نیست و نمی‌تواند با $f(x)$ برابر باشد.

$$\text{گزینه ۴: } Df = Dg = [2, +\infty)$$

$$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3 \sqrt{x-2}}{|x|} = \frac{x^3 \sqrt{x-2}}{x} = x\sqrt{x-2} = g(x) \Rightarrow f = g$$

۶۹. گزینه ۳

دو تابع در صورتی مساویند که اولاً دامنه‌هایشان برابر باشند و ثانیاً به ازای دامنه‌های برابر، ضابطه‌ها نیز مساوی شوند.

$$\text{الف) } \begin{cases} Df: x < -1 \cup x \geq 1 \\ Dg: \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \end{cases} \rightarrow x \geq 1 \quad Df \neq Dg$$

$$\text{ب) } \begin{cases} Df: 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ Dg: \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 1+x \geq 0 \end{cases} \end{cases} \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \quad Df = Dg \Rightarrow f = g$$

$$\text{ج) } \begin{cases} Df: (1-x)^2 \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ Dg: 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \quad Df = Dg$$

$$f(x) = -\sqrt{(1-x)^2(1-x)} = -|1-x|\sqrt{1-x}$$

$$x \leq 1 \Rightarrow f(x) = -(1-x)\sqrt{1-x} = (x-1)\sqrt{x-1} = S(x) \Rightarrow f = g$$

$$\text{د) } \begin{cases} Df: x \geq 0 \\ Dg: x \geq 0, x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow Df \neq Dg \Rightarrow f \neq g$$

۷۰. گزینه ۴

شرط تابع بودن چند ضابطه‌ای‌ها این است که دامنه مشترک نداشته باشند. در صورت داشتن دامنه‌ی مشترک باید بردهایشان هم برابر باشد.

$$x = -2 \Rightarrow f(-2) = -2 - a = 2a(-2) - 3$$

$$-2 - a = -4a - 3 \rightarrow 3a = -1 \rightarrow a = \frac{-1}{3} \rightarrow f(-3) = 2\left(\frac{-1}{3}\right)(-3) - 3 = -1$$

۷۱. گزینه ۴

در رابطه‌های درجه ۲ بر حسب x و y برای بررسی تابع بودن باید مربع کامل تشکیل دهیم.

$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 6y) + k = 0 \rightarrow (x^2 - 4x + 4 - 4) + (y^2 + 6y + 9 - 9) + k = 0$$

$$\left((x-2)^2 - 4\right) + \left((y+3)^2 - 9\right) + k = 0 \rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 + k - 13 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 13 - k$$

$$\text{برای آنکه تابع باشد} \Rightarrow k - 13 = 0 \Rightarrow k = 13$$

۷۲. گزینه ۲

یک عدد دلخواه در بازه‌ی $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ انتخاب می‌کنیم و در تابع قرار می‌دهیم.

$$x_0 = \frac{3}{2} \in \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right) \Rightarrow 2 \left[3 \times \frac{3}{2} + 1 \right] + \left[\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 7 \right] = 10 - 7 = 3$$

$$\mathbb{R} - \{ \text{ریشه‌های مخرج} \} \Rightarrow [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \end{cases} \text{ میدانیم}$$

بنابراین داریم:

$$[x] + [-x] \neq 0 \Rightarrow \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

۷۴. گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 = \frac{-6}{\sqrt{7}} \Rightarrow [x_1 + x_2] = -1 \\ x_1, x_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{\sqrt{7}} \Rightarrow \begin{cases} [x_1] = -1 \\ [x_2] = -1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [x_1 + x_2] + [x_1] + [x_2] = -3$$

۷۵. گزینه ۱

$$[3x+1] = x+4 \Rightarrow x = [3x+1] - 4 \in \mathbb{Z}$$

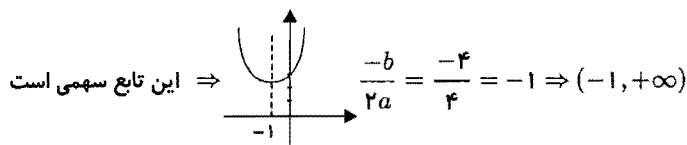
چون طرف دوم برابر عددی صحیح شده، پس حتماً طرف اول یعنی x هم صحیح است.

$$x \in \mathbb{Z} \rightarrow 3x+1 \in \mathbb{Z} \xrightarrow{\text{پس}} [3x+1] = 3x+1$$

$$\Rightarrow x = 3x+1-4 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \emptyset$$

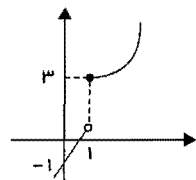
۷۶. گزینه ۲ توجه: رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به معادله‌ی $x = -\frac{b}{2a}$ است و سهمی در بازه‌ی $(-\infty, -\frac{b}{2a})$ یا

$(-\frac{b}{2a}, +\infty)$ یک به یک است، اما در کل یک به یک نمی‌باشد.



۷۷. گزینه ۴ گزینه‌ی ۱ چون سهمی است پس یک به یک نیست.

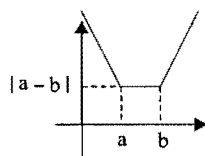
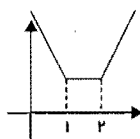
گزینه‌ی ۲ $\begin{cases} 2x^2 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ چون تابع ثابت دارد پس یک به یک نیست.

معادله‌ی گزینه‌ی ۳ در بازه‌ی $(0, 1)$ برابر $y = 0$ است و چون مقداری ثابت دارد پس یک به یک نیست.گزینه‌ی ۴ یک به یک است. چون خطوط موازی محور x ها را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

۷۸. گزینه ۲

توجه: تابع گلدانی:

$$y = |x-a| + |x-b|$$

برای اینکه تابع در بازه‌ی $(2, +\infty)$ یک به یک باشد به شکل تابع گلدانی بصورت

باشد.

یعنی در تابع $y = |x-1| + |x+a|$ باید عدد a برابر عدد -2 باشد و یا می‌تواند از -2 بزرگتر شود. بنابراین $a \geq -2$.

۷۹. گزینه ۲

توجه: شرط اینکه یک تابع به صورت زوج مرتب معرف یک تابع یک به یک باشد این است که هیچ دو زوج مرتبی مولفه‌ی دوم یکسان نداشته و اگر یکسان باشد باید مولفه‌ی اول آن هم یکسان باشد.

$$(a, 3), (-1, 3) \Rightarrow f(a) = f(-1) \Rightarrow a = -1$$

$$\text{چون } f \text{ تابع است} \Rightarrow f = \{(-2, 2), (-1, 3), (-2, b)\} \Rightarrow (-2, 2), (-2, b) \Rightarrow b = 2$$

$$(a, b) = (-1, 2)$$

۸۴. گزینه ۱. راه اول: ابتدا دامنه‌ی تابع را می‌یابیم و سپس x را تنها می‌کنیم و جای x و y را عوض می‌نماییم.

$$y = \sqrt{1-x} \xrightarrow{1 \geq x} y^2 = 1-x \Rightarrow x = 1-y^2 \Rightarrow y^{-1} = 1-x^2$$

$$Rf = y \geq 0 \Rightarrow D_{f^{-1}} = x \geq 0$$



راه دوم:

گزینه‌ی ۱ صحیح است. $f(1) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 1$

دبیرستان کمال

۸۱. گزینه ۱

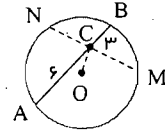
$$2x = 4 \times 5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = y(y+12) \Rightarrow y^2 + 12y - 108 = 0 \Rightarrow y = 6$$

۸۲. گزینه ۳ کوتاه ترین وتر، وتری است که بر شعاع نظیر آن نقطه عمود است. MN کوتاهترین وتر گذرنده

از C است در این صورت $CM = CN = \frac{L}{2}$ داریم:

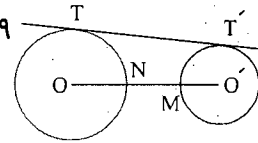
$$CM \times CN = CB \times CA$$

$$\frac{L}{2} \times \frac{L}{2} = 3 \times 6 \Rightarrow L^2 = 72 \Rightarrow L = 6\sqrt{2}$$



۸۳. گزینه ۳ با توجه به شکل MN کمترین فاصله بین نقاط این دو دایره است و $MN = d - (R + R')$

$$R' = 3\sqrt{33} = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 3\sqrt{33} = \sqrt{OO'^2 - 64} \Rightarrow OO' = 19$$



پس:

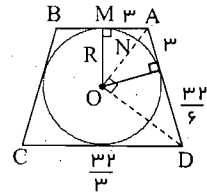
$$MN = 19 - (11 + 3) = 5$$

۸۴. گزینه ۳

در دوزنقه متساوی الساقین محیط بردایره به شعاع R قطر دایره واسطه هندسی بین دو قاعده است. یعنی

$$4R^2 = AB \times CD$$

$$R^2 = 3 \times \frac{32}{6} \Rightarrow R = 4$$



از طرفی اگر از A به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در N قطع کند آنگاه AN کوتاهترین فاصله ی A تا دایره است.

$$\text{در مثلث } OMA \text{ داریم } OA^2 = R^2 + 3^2 \Rightarrow OA = 5 \text{ پس:}$$

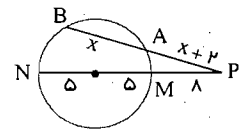
$$AN = OA - R = 1$$

۸۵. گزینه ۳ اگر AB را x در نظر بگیریم آنگاه از فرض نتیجه می گیریم $PA = x + 2$ حال از رابطه طولی

در دایره استفاده کرده، داریم:

$$(2x + 2)(x + 2) = 8 \times 18$$

$$(x + 1)(x + 2) = 8 \times 9$$



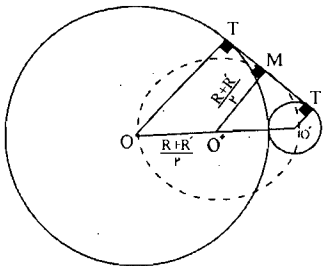
$$x^2 + 3x - 70 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 10) = 0 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow AB = 7$$

۸۶. گزینه ۲

فرض کنیم دو دایره ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس بیرونی باشند و $R > R'$

باشد دایره به مرکز O'' و شعاع $\frac{R+R'}{2}$ را رسم می کنیم اگر مماس مشترک

خارجی دو دایره ی C و C' باشد از O'' به نقطه ی M وسط TT' وصل می کنیم.



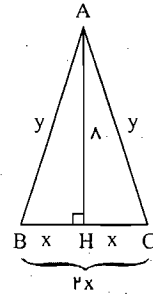
دبیرستان کمال

در دوزنقه‌ی $O'TT'O'$ با توجه به قضیه‌ی میان خط نتیجه می‌گیریم $O'M$ موازی OT و $O'M = \frac{R+R'}{2}$ پس $O'M$ شعاع دایره به مرکز O' است و بر TT' عمود است بنابراین TT' بر دایره به قطر OO' مماس می‌باشد.

۸۷. گزینه ۲

$$r = \frac{S}{P} \rightarrow 3 = \frac{\frac{1}{2} \times 2x \times 8}{\frac{1}{2}(2x+2y)}$$

$$\rightarrow \frac{8x}{x+y} = 3 \rightarrow 8x = 3y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$$



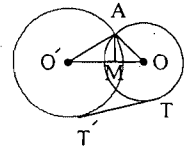
و این یعنی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABH ، اعداد فیثاغورسی هستند. پس:

$$x = 6, y = 10 \rightarrow \text{قاعده} = 2x = 12$$

۸۸. گزینه ۳ بنا بر فرض $AM = \frac{1}{2}OO'$ پس مثلث OAO' قائم‌الزاویه است، پس وتر OO' در این مثلث

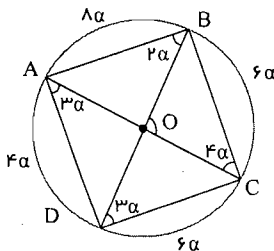
قائم‌الزاویه برابر $5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$ می‌باشد. اندازه‌ی مماس مشترک خارجی در این دو دایره برابر است با:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{25 - 1} = 2\sqrt{6}$$



۸۹. گزینه ۲

دایره محیطی آن را می‌کشیم و زاویه کمان‌ها را به دست می‌آوریم:



حال مجموع کمان‌ها را برابر 360° قرار می‌دهیم:

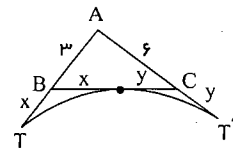
$$8\alpha + 6\alpha + 6\alpha + 4\alpha = 360^\circ \Rightarrow 24\alpha = 360^\circ \rightarrow \alpha = 15^\circ$$

$$? = \hat{O} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} = 5\alpha = 75^\circ$$

۹۰. گزینه ۳

می‌دانیم اگر از یک نقطه دو مماس بر دایره رسم کنیم اندازه‌ی آن دو مماس برابر خواهند بود. پس با توجه به شکل داریم:

$$BC = 7 \Rightarrow x + y = 7$$



$$\text{مماس } AT', AT \rightarrow 3 + x = y + 6 \Rightarrow x - y = 3$$

پس:

$$x = 5, y = 2$$

$$? = \frac{y}{x} = \frac{2}{5}$$

۱۰۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در اجسام رسانا، بار الکتریکی در سطح خارجی جسم قرار می‌گیرد.

۱۰۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $\sigma' = 5\sigma \Rightarrow \frac{Q'}{A} = 5 \frac{Q}{A} \Rightarrow Q' = 5Q \Rightarrow Q + 30 = 5Q \Rightarrow Q = 7.5 \mu C$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{7.5}{4 \times \pi (0.5)^2} = 2.5 \mu C/m^2$$

۱۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جهت خطوط میدان بار q بایستی منفی باشد و بار خالص روی سطوح خارجی پوسته بایستی مثبت باشد. ($q' > 0$). قرار گرفتن با q_1 در مرکز پوسته باعث القایی بار $-q_1$ و $+q_1$ به ترتیب بر روی سطوح داخلی و خارجی پوسته خواهد شد و همچنین بار اضافی q_2 فقط روی سطوح خارجی توزیع می‌شود. در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} q_1 < 0 \\ +q_1 + q_2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow q_2 > |q_1|$$

بار سطح خارجی

۱۰۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چگالی سطحی بار الکتریکی در یک رسانای باردار در نقاط نوک تیز بیشتر است. اما پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط یکسان است.

۱۰۵- وقتی خازن را از باتری جدا می‌کنیم بار روی صفحات خازن ثابت می‌ماند بنابراین $Q_1 = Q_2$.

وقتی دی‌الکتریک را وارد خازن می‌کنیم طبق رابطه $C = \epsilon \frac{KA}{d}$ چون مقدار K افزایش یافته است پس C افزایش می‌یابد و طبق رابطه $q = CV$ باید V کم شود پس: $V_2 < V_1$.

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه $W = \frac{q^2}{2C}$ بدست می‌آید که چون C افزایش یافته است پس W کم می‌شود بنابراین $W_2 < W_1$. لذا گزینه ۴ جواب صحیح است.

۱۰۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مولکولهای دی‌الکتریک قطبی شده و میدان خلاف میدان الکتریکی خازن ایجاد می‌کند پس میدان کاهش می‌یابد. $V \downarrow = \frac{E \downarrow}{d} \Rightarrow q_{(ثابت)} = C \uparrow V \downarrow$

۱۰۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. میدان بین صفحه‌های خازن تخت عبارت است از: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$ در نتیجه:

$$F = q.E = \frac{qQ}{\epsilon_0 A}$$

۱۰۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $q = c.v \Rightarrow V = \frac{q}{c} = \frac{40}{5} = 8V$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{8}{0.4 \times 10^{-3}} = \frac{8000}{4} = 20000 \text{ V.m}$$

109- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $C = k\epsilon \cdot A/d$ $C' = \epsilon \cdot A/d'$

$$C = C' \Rightarrow K\epsilon \cdot A/d = \epsilon \cdot A/d' \Rightarrow \frac{\epsilon}{d} = \frac{1}{d'} \Rightarrow d' = \frac{1}{\epsilon}d$$

110- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی خازن از مولد جدا می‌شود (ثابت $q =$) و با ورود دی الکتریک، ظرفیت زیاد شده

و در نتیجه ولتاژ کاهش می‌یابد.

$$\begin{matrix} \uparrow C \times K \downarrow \\ (C_2 = KC_1) \end{matrix} \xrightarrow{q = \text{ثابت}} \downarrow V \times \frac{1}{C \uparrow} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{K}$$

111- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی یک قطعه فلز (رسانا) بین صفحات خازن قرار گیرد، مانند این است که فاصله‌ی

صفحات به اندازه‌ی ضخامت قطعه کاهش می‌یابد.

$$d' = \frac{2}{3}d \Rightarrow C' = \frac{3}{2}C$$

112- اگر بار ذخیره شده در خازن را برابر Q فرض کنیم، خواهیم داشت:

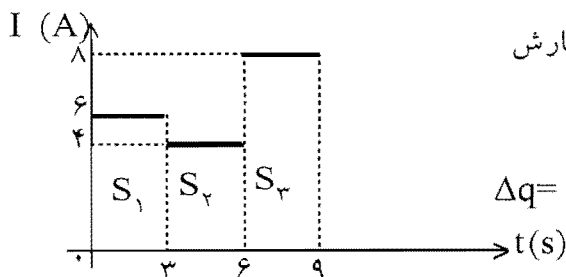
$$W = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{C} = 4 \times 10^{-3} \text{ J}$$

اگر دو سر این خازن را به سر یک خازن خالی و مشابه با آن ببندیم، پس از برقراری تعادل الکترواستاتیکی (سکون بارها) بار ذخیره شده روی صفحات هر یک از خازنهای $\frac{Q}{2}$ خواهد بود و برای انرژی ذخیره شده در هر یک از خازنهای

$$W' = \frac{1}{2} \times \frac{\left(\frac{Q}{2}\right)^2}{C} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{C}\right) = \frac{1}{4} \times 4 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ J}$$

خواهیم داشت:

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.



113- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سطح زیر نمودار معرف مقدار بار شارش

شده در مدار است.

$$\Delta q = S_1 + S_2 + S_3 = (3 \times 6) + (3 \times 4) + (3 \times 8) = 54 \text{ C}$$

114- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $Q_1 = 30 \text{ Ah}$

$$Q_2 = It = 300 \times 10^{-3} \times 50 = 15 \text{ Ah}$$

$$Q = Q_1 - Q_2 = 30 - 15 = 15 \text{ Ah}$$

باقی مانده

115- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $q = It \Rightarrow ne = It \Rightarrow n \times 1/6 \times 10^{-19} = 2 \times 1$

$$n = \frac{2}{1/6 \times 10^{-19}} = 12/5 \times 10^{18}$$

۱۱۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. مقاومت یک رسانا که دارای طول L و سطح مقطع A و ضریب مقاومت (مقاومت ویژه) ρ است از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ بدست می آید. بنابراین بیشترین مقاومت وقتی حاصل می شود که از بیشترین طول و کمترین سطح مقطع استفاده شود و کمترین مقاومت وقتی حاصل می شود که از کمترین طول و بیشترین سطح مقطع استفاده شود.

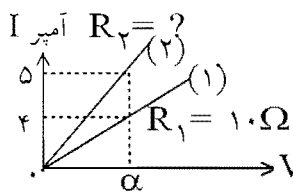
$$\left. \begin{aligned} A_{\min} = 2 \times 1 = 2 \text{ cm}^2, L_{\max} = 4 \text{ cm} \Rightarrow R_{\max} = \frac{4}{2} \rho \\ A_{\max} = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}^2, L_{\min} = 1 \text{ cm} \Rightarrow R_{\min} = \frac{1}{8} \rho \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{\left(\frac{4}{2}\rho\right)}{\left(\frac{1}{8}\rho\right)} = 16$$

۱۱۷- مقاومت الکتریکی از رابطه $R = \rho \frac{l}{A}$ بدست می آید که در آن ρ مقاومت ویژه، l طول و A سطح مقطع سیم است. چون دو سیم، هم جنس هستند، جرم حجمی و مقاومت ویژه آنها با هم برابر است.

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow l_1 A_1 = l_2 A_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \quad (I) \quad (\rho \text{ جرم حجمی است})$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{l_1}{A_1}}{\rho \frac{l_2}{A_2}} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{(I)} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۱۱۸- با توجه به شکل، معادله I بر حسب V خطی و برای خط (۱) بصورت $I = \frac{4}{\alpha} V$ و برای خط (۲) بصورت $I = \frac{5}{\alpha} V$ می باشد. اما برای خط (۱):

$$V = R_1 I \Rightarrow I = \frac{1}{R_1} V \Rightarrow \frac{4}{\alpha} = \frac{1}{R_1} \Rightarrow \alpha = 4R_1 = 40$$

$$(2): I = \frac{5}{\alpha} V \Rightarrow I = \frac{5}{40} V = \frac{1}{8} V \Rightarrow V = 8I = R_2 I \Rightarrow R_2 = 8 \Omega$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{4}{100} R_1 = R_1 \times \frac{1}{500} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 20^\circ \text{C}$$

۱۱۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 20 = \theta_2 - 15 \Rightarrow \theta_2 = 35^\circ \text{C}$$

۱۲۰- طبق رابطه‌ی $R = \frac{\rho}{A}l$ که در آن R مقاومت سیم، ρ مقاومت ویژه رسانا، A سطح مقطع سیم و l طول سیم هستند، میتوان گفت: چون ρ و A مقادیر ثابتی هستند، پس R بر حسب l به صورت $R = kl$ تغییر می‌کند که در آن k مقدار ثابتی است $\left(k = \frac{\rho}{A}\right)$. بنابراین نمودار تغییرات R بر حسب l خط راستی خواهد بود که از مبدأ می‌گذرد. در نتیجه گزینه‌ی ۱ صحیح است.