پاسخ نامه تشریحی

رشته ی علوم ریاضی

آزمون های تستی ماهانه پایه‌ی یازدهم

دبیرستان غیردولتی کمال

پاسخ نامه تشریحی (دروس ستاره دار)

پیش آزمون گزینه دو (آبان ماه)

تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۸/۱۱

تعداد سؤال: ۱۵۰ مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

عنوان، مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال	مدت پاسخگویی(دقیقه)
۱	فارسی و نگارش	۱۵	۱-۱۵	۱۰
۲	عربی	۱۵	۱۶-۳۰	۱۰
۳	دین وزندگی	۱۵	۳۱-۴۵	۱۰
۴	زبان انگلیسی	۱۵	۴۶-۶۰	۱۰
**۵	حسابان	۲۰	۶۱-۸۰	۴۰
**۶	هندسه	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵
۷	آمارو احتمال	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵
**۸	فیزیک	۲۰	۱۰۱-۱۲۰	۴۰
**۹	شیمی	۲۰	۱۲۱-۱۴۰	۲۰
۱۰	زمین شناسی	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰

نام: [کلید آزمون]
شماره‌ی داوطلبی:
تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۸/۱۱
پیش آزمون شماره ۲ گزینه دو رشته ریاضی
مجتمع آموزشی کمال دوره ی دوم

۱	۱	۵۱	۲	۱۰۱	۳	۱۵۱		۲۰۱		۲۵۱	
۲	۳	۵۲	۳	۱۰۲	۱	۱۵۲		۲۰۲		۲۵۲	
۳	۲	۵۳	۱	۱۰۳	۲	۱۵۳		۲۰۳		۲۵۳	
۴	۲	۵۴	۱	۱۰۴	۲	۱۵۴		۲۰۴		۲۵۴	
۵	۲	۵۵	۴	۱۰۵	۴	۱۵۵		۲۰۵		۲۵۵	
۶	۴	۵۶	۱	۱۰۶	۱	۱۵۶		۲۰۶		۲۵۶	
۷	۳	۵۷	۲	۱۰۷	۳	۱۵۷		۲۰۷		۲۵۷	
۸	۴	۵۸	۲	۱۰۸	۳	۱۵۸		۲۰۸		۲۵۸	
۹	۲	۵۹	۴	۱۰۹	۴	۱۵۹		۲۰۹		۲۵۹	
۱۰	۱	۶۰	۳	۱۱۰	۴	۱۶۰		۲۱۰		۲۶۰	
۱۱	۴	۶۱	۳	۱۱۱	۳	۱۶۱		۲۱۱		۲۶۱	
۱۲	۱	۶۲	۳	۱۱۲	۴	۱۶۲		۲۱۲		۲۶۲	
۱۳	۲	۶۳	۲	۱۱۳	۱	۱۶۳		۲۱۳		۲۶۳	
۱۴	۴	۶۴	۲	۱۱۴	۴	۱۶۴		۲۱۴		۲۶۴	
۱۵	۴	۶۵	۲	۱۱۵	۴	۱۶۵		۲۱۵		۲۶۵	
۱۶	۳	۶۶	۱	۱۱۶	۴	۱۶۶		۲۱۶		۲۶۶	
۱۷	۱	۶۷	۱	۱۱۷	۱	۱۶۷		۲۱۷		۲۶۷	
۱۸	۴	۶۸	۱	۱۱۸	۳	۱۶۸		۲۱۸		۲۶۸	
۱۹	۱	۶۹	۴	۱۱۹	۱	۱۶۹		۲۱۹		۲۶۹	
۲۰	۱	۷۰	۱	۱۲۰	۱	۱۷۰		۲۲۰		۲۷۰	
۲۱	۳	۷۱	۲	۱۲۱	۱	۱۷۱		۲۲۱		۲۷۱	
۲۲	۳	۷۲	۴	۱۲۲	۴	۱۷۲		۲۲۲		۲۷۲	
۲۳		۷۳	۲	۱۲۳	۴	۱۷۳		۲۲۳		۲۷۳	
۲۴	۲	۷۴	۴	۱۲۴	۴	۱۷۴		۲۲۴		۲۷۴	
۲۵	۱	۷۵	۳	۱۲۵	۴	۱۷۵		۲۲۵		۲۷۵	
۲۶	۱	۷۶	۲	۱۲۶	۴	۱۷۶		۲۲۶		۲۷۶	
۲۷	۲	۷۷	۱	۱۲۷	۲	۱۷۷		۲۲۷		۲۷۷	
۲۸	۴	۷۸	۴	۱۲۸	۳	۱۷۸		۲۲۸		۲۷۸	
۲۹	۱	۷۹	۲	۱۲۹	۱	۱۷۹		۲۲۹		۲۷۹	
۳۰	۲	۸۰	۱	۱۳۰	۳	۱۸۰		۲۳۰		۲۸۰	
۳۱	۱	۸۱	۱	۱۳۱	۲	۱۸۱		۲۳۱		۲۸۱	
۳۲	۳	۸۲	۲	۱۳۲	۱	۱۸۲		۲۳۲		۲۸۲	
۳۳	۱	۸۳	۱	۱۳۳	۲	۱۸۳		۲۳۳		۲۸۳	
۳۴	۳	۸۴	۱	۱۳۴	۱	۱۸۴		۲۳۴		۲۸۴	
۳۵	۴	۸۵	۴	۱۳۵	۴	۱۸۵		۲۳۵		۲۸۵	
۳۶	۱	۸۶	۴	۱۳۶	۱	۱۸۶		۲۳۶		۲۸۶	
۳۷	۱	۸۷	۲	۱۳۷	۲	۱۸۷		۲۳۷		۲۸۷	
۳۸	۲	۸۸	۴	۱۳۸	۱	۱۸۸		۲۳۸		۲۸۸	
۳۹	۱	۸۹	۲	۱۳۹	۲	۱۸۹		۲۳۹		۲۸۹	
۴۰	۲	۹۰	۲	۱۴۰	۲	۱۹۰		۲۴۰		۲۹۰	
۴۱	۱	۹۱	۱	۱۴۱	۱	۱۹۱		۲۴۱		۲۹۱	
۴۲	۲	۹۲	۱	۱۴۲	۲	۱۹۲		۲۴۲		۲۹۲	
۴۳	۴	۹۳	۱	۱۴۳	۱	۱۹۳		۲۴۳		۲۹۳	
۴۴	۳	۹۴	۲	۱۴۴	۲	۱۹۴		۲۴۴		۲۹۴	
۴۵	۴	۹۵	۴	۱۴۵	۲	۱۹۵		۲۴۵		۲۹۵	
۴۶	۴	۹۶	۳	۱۴۶	۱	۱۹۶		۲۴۶		۲۹۶	
۴۷	۱	۹۷	۲	۱۴۷	۳	۱۹۷		۲۴۷		۲۹۷	
۴۸	۲	۹۸	۲	۱۴۸	۲	۱۹۸		۲۴۸		۲۹۸	
۴۹	۴	۹۹	۴	۱۴۹	۱	۱۹۹		۲۴۹		۲۹۹	
۵۰	۱	۱۰۰	۳	۱۵۰	۲	۲۰۰		۲۵۰		۳۰۰	

۶۱. گزینه ۳

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3=27 \\ a_1+a_3=2a_2 \end{cases} \Rightarrow 3a_2=27 \Rightarrow a_2=9$$

$$\begin{cases} a_1+a_3=27-9=18 \\ a_1\times a_3=\dfrac{648}{9}=72 \end{cases}$$

$$a_3=18-a_1 \Rightarrow a_1\times a_3=72 \to a_1(18-a_1)=72$$

$$\Rightarrow -a_1{}^2+18a_1-72=0 \to a_1{}^2-18a_1+72=0$$

$$\Rightarrow (a_1-6)(a_1-12)=0 \begin{cases} a_1=6 \to a_3=12 \\ a_1=12 \to a_3=6 \end{cases}$$

۶۲. گزینه ۳

$$\begin{matrix} a_1=175 \\ d=-7 \end{matrix} \Rightarrow a_n=175+(n-1)(-7)=-7n+182>0 \Rightarrow n<26 \Rightarrow n\leq 25$$

۶۳. گزینه ۲

$$\begin{cases} 7, 10, \underline{13}, 16, 19, 22, \underline{25}, \cdots \\ 1, 5, 9, \underline{13}, 17, 21, \underline{25}, \cdots \end{cases}$$

جملات مشترک به صورت دنباله‌ای با جمله‌ی اول ۱۳ و قدرنسبت ۱۲ هستند:

$$a_{n\,\text{مشترک}}=13+12(n-1)=12n+1 \Rightarrow 100\leq 12n+1<1000 \Rightarrow 8{,}2\leq n<83{,}2$$

$$\Rightarrow n\in\{9, 10, \cdots, 83\} \Rightarrow \text{تعداد}=83-9+1=75$$

۶۴. گزینه ۲

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3+a_4=15 \\ a_5+a_6+a_7+a_8+a_9=30 \end{cases} \xrightarrow{a_n=a_1+(n-1)d} \begin{cases} 4a_1+6d=15 \\ 5a_1+30d=30 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\times(-5)} \begin{cases} -20a_1-30d=-75 \\ 5a_1+30d=30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1=-45 \Rightarrow a_1=3$$

$$\Rightarrow d=\frac{1}{2} \Rightarrow a_{11}=a_1+10d=3+10\left(\frac{1}{2}\right)=8$$

۶۵. گزینه ۲

$$S_{\text{فرد}}=\frac{20}{2}(a_1+a_{39})=1560 \Rightarrow 2a_1+38d=156 \Rightarrow a_1+19d=78$$

$$S_{\text{زوج}}=\frac{20}{2}(a_2+a_{40})=1640 \Rightarrow 2a_1+40d=164 \Rightarrow a_1+20d=82$$

$$\Rightarrow a_1=2\ ,\ d=4$$

۶۶. گزینه ۱

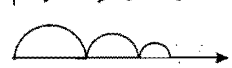
$$a_4\times a_6=a_{10} \Rightarrow a_1q^3\times a_1q^5=a_1q^9 \Rightarrow a_1q^8=q^9 \Rightarrow \quad a_1=q$$

$$\Rightarrow a_1-q=0$$

۶۷. گزینه ۱

۴۰ درصد از طول قطر کم می‌شود بنابراین ۶۰ درصد قطر باقی می‌ماند، یعنی در هر برخورد طول قطر، $\frac{3}{5}$ قطر قبلی می‌شود.

(قطر) $\frac{\pi}{2}$ = محیط نیم‌دایره



$\frac{\pi}{۲} \times ۱ = \frac{\pi}{۲}$ = ~~محیط~~ نیم‌دایره(۱) , $\frac{\pi}{۲} \times \frac{۳}{۵}$ = ~~محیط~~ نیم‌دایره(۲) , $\frac{\pi}{۲} \times (\frac{۳}{۵})^۲$ = ~~محیط~~ نیم‌دایره(۳)

$\frac{\pi}{۲}(\frac{۳}{۵})^{n-۱}$ = ~~محیط~~ نیم‌دایره(n) $\xrightarrow{n=۶}$ $\frac{\pi}{۲}(\frac{۳}{۵})^۵ = \frac{\pi}{۲}(۰/۶)^۵$ = ~~محیط~~ نیم‌دایره(۶)

۶۸. گزینه ۱

$$ax^۲ + ۴x + a - ۳ = ۰ \Rightarrow \Delta' = ۴ - a(a-۳) = ۰ \Rightarrow a^۲ - ۳a - ۴ = ۰ \Rightarrow (a-۴)(a+۱) = ۰ \Rightarrow a = -۱, ۴$$

$$-\frac{b}{۲a} < ۰ \to -\frac{۴}{۲a} < ۰ \to a > ۰ \to a = ۴ \quad \text{ق ق}$$

۶۹. گزینه ۴

$$\begin{cases} x' = x'' + ۲ \\ x' + x'' = -\frac{b}{a} = ۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' - x'' = ۲ \\ x' + x'' = ۵ \end{cases} \Rightarrow x' = \frac{۷}{۲}$$

$$\Rightarrow ۳(\frac{۴۹}{۴}) - ۱۵(\frac{۷}{۲}) + m = ۰ \Rightarrow ۱۴۷ - ۲۱۰ + ۴m = ۰ \Rightarrow -۶۳ + ۴m = ۰ \Rightarrow m = \frac{۶۳}{۴}$$

راه حل دوم

$$|x' - x''| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \sqrt{۲۲۵ - ۱۲m} = ۲$$

$$۲۲۵ - ۱۲m = ۴ \Rightarrow m = \frac{۶۳}{۴}$$

۷۰. گزینه ۱

α , β ریشه‌های معادله هستند پس در خود معادله صدق می‌کنند.

$$S = -\frac{b}{a} = ۲ \; , \; P = \frac{c}{a} = -۴$$

ریشه $\alpha \to \alpha^۲ - ۲\alpha - ۴ = ۰ \Rightarrow \alpha^۲ - ۴ = ۲\alpha$

$$(\alpha^۲ - ۴)^۲ + ۴\beta^۲ = (۲\alpha)^۲ + ۴\beta^۲ = ۴(\alpha^۲ + \beta^۲) = ۴(s^۲ - ۲p) = ۴(۴ + ۸) = ۴۸$$

۷۱. گزینه ۲

$x_۱ , x_۲$ ریشه‌های معادله هستند پس در خود معادله صدق می‌کنند لذا:

$$\Rightarrow x_۱^۲ - ۴x_۱ + ۱ = ۰ \Rightarrow x_۱^۲ - ۴x_۱ = -۱$$

$$\Rightarrow x_۲^۲ - ۴x_۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow x_۲^۲ - ۴x_۲ = -۱$$

$$\Rightarrow (x_۲^۲ - ۴x_۲ + ۴)(x_۱^۲ - ۴x_۱ + ۲) = (-۱ + ۴)(-۱ + ۲) = ۳$$

۷۲. گزینه ۴

می دانیم: $\alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha \cdot \beta \cdot (\alpha + \beta) = S^۳ - ۳PS$

در معادله‌ی $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ چون $\frac{c}{a} = ۱$ است. پس دو جواب، معکوس هم هستند. پس $\alpha = \frac{۱}{\beta}$ و $\beta = \frac{۱}{\alpha}$ و $P = \frac{c}{a} = ۱$

و $S = \frac{-b}{a} = ۳$. بنابراین:

$$(\alpha + \frac{۱}{\beta})^۳ + (\beta + \frac{۱}{\alpha})^۳ = (\alpha + \alpha)^۳ + (\beta + \beta)^۳$$

$$= ۸\alpha^۳ + ۸\beta^۳ = ۸(\alpha^۳ + \beta^۳) = ۸(S^۳ - ۳PS) = ۸(۳^۳ - ۳(۱)(۳)) = ۱۴۴$$

۷۳. گزینه ۲

$$x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = -۲ \; , \; P = \frac{c}{a} = -۱$$

$$x^۲ = -۲x + ۱ \Rightarrow x^۴ = ۴x^۲ - ۴x + ۱ \Rightarrow {x_۱}^۴ = ۴{x_۱}^۲ - ۴x_۱ + ۱$$

$${x_۱}^۴ + ۴{x_۲}^۲ - ۴x_۲ = ۴x_۱^۲ - ۴x_۱ + ۱ + ۴x_۲^۲ - ۴x_۲ = ۴(x_۱^۲ + x_۲^۲) - ۴(x_۱ + x_۲) + ۱ = ۴\left(S^۲ - ۲p\right) - ۴(S) + ۱$$

$$= ۴(۴ + ۲) - ۴(-۲) + ۱ = ۳۳$$

۷۴. گزینه ۴

$$\frac{۱}{x^{۲}+x}+\frac{x^{۲}}{x^{۲}-۱}=\frac{ax-۱}{x^{۳}-x}\quad\xrightarrow{x=۲}\quad\frac{۱}{۶}+\frac{۴}{۳}=\frac{۲a-۱}{۶}\quad\Rightarrow\quad a=۵$$

$$\frac{۱}{x^{۲}+x}+\frac{x^{۲}}{x^{۲}-۱}=\frac{۵x-۱}{x^{۳}-x}$$

معادله را در مخرج مشترک ضرب می‌کنیم.

$$\left(\frac{۱}{x(x+۱)}+\frac{x^{۲}}{(x-۱)(x+۱)}=\frac{۵x-۱}{x(x-۱)(x+۱)}\right)\times x(x-۱)(x+۱)$$

$$(x-۱)+x^{۳}=(۵x-۱)\Rightarrow x^{۳}-۴x=۰\quad\Rightarrow\quad x(x^{۲}-۴)=۰\Rightarrow x=\pm ۲\;,\quad x=۰\ \text{غ ق ق}$$

۰ = حاصل‌جمع تمام جواب‌ها

۷۵. گزینه ۳

$$\left(\frac{x-۲}{۳x+۱}\right)=t\qquad\left(x\neq\frac{-۱}{۳}\right)$$

$$t^{۲}-۴t+۳=۰\quad\Rightarrow\quad(t-۳)(t-۱)=۰\Rightarrow t=۳\,,\,۱$$

$$\begin{cases}\dfrac{x-۲}{۳x+۱}=۳\quad\Rightarrow\quad x-۲=۹x+۳\quad\Rightarrow\quad ۸x=-۵\quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{-۵}{۸}\\[2ex]\dfrac{x-۲}{۳x+۱}=۱\quad\Rightarrow\quad x-۲=۳x+۱\quad\Rightarrow\quad ۲x=-۳\quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{-۳}{۲}\end{cases}$$

۷۶. گزینه ۲

$$\left(\sqrt{x^{۳}+x^{۲}+۴x-۱۲}=x\sqrt{x}\right)^{۲}\quad\xrightarrow{x\geq ۰}\quad x^{۳}+x^{۲}+۴x-۱۲=x^{۳}$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۴x-۱۲=۰\Rightarrow\quad(x-۲)(x+۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۲\quad\text{ق.ق}\\x=-۶\quad\text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

۲ = جمع جواب‌ها

۷۷. گزینه ۱ با مقداردهی مناسب گزینه‌ی صحیح به دست می‌آید.

$$b=-۳\,,\;a=-۲\Rightarrow|۲b-a|-|a-b|=|-۶+۲|-|-۲+۳|=۴-۱=۳$$

راه حل کلی: از آنجا که b عددی منفی است، لذا $|b|=-b$. در نتیجه داریم:

$$|a|<|b|\xrightarrow{|b|=-b}|a|<-b\Rightarrow b<a<-b\Rightarrow b<a\Rightarrow a-b>۰$$

$$\left.\begin{array}{l}a-b>۰\\b<۰\Rightarrow -b>۰\end{array}\right\}\Rightarrow a-b-b>۰\Rightarrow a-۲b>۰\Rightarrow ۲b-a<۰$$

$$\Rightarrow|۲b-a|-|a-b|=-(۲b-a)-(a-b)=-۲b+a-a+b=-b$$

۷۸. گزینه ۴

چون b از $|a|$ بزرگتر است پس خود b هم یک عدد مثبت می باشد.

$$|a|<b\Rightarrow\begin{cases}b>۰\\-b<a<b\Rightarrow\begin{cases}a+b>۰\\a-b<۰\end{cases}\end{cases}$$

$$|b|+|a-b|-|a+b|=b-(a-b)-(a+b)=b-۲a$$

۷۹. گزینه ۲

$$-۱<x<۰\quad\Rightarrow\quad-۲<۲x<۰\quad\Rightarrow\quad-۳<۲x-۱<-۱$$

$$-۱<x<۰\quad\Rightarrow\quad ۱>-x>۰\quad\Rightarrow\quad ۳>۲-x>۲$$

$$\underbrace{|۲x-۱|}_{-}+\underbrace{|۲-x|}_{+}=۱-۲x+۲-x=۳-۳x$$

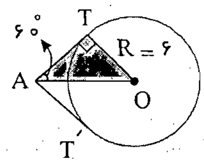
۸۰. گزینه ۱

$$a^{۲} < b^{۲} \Rightarrow |a| < |b| \Rightarrow -|b| < a < |b| \xrightarrow{b<۰} b < a < -b \Rightarrow \begin{cases} a+b < ۰ \\ a-b > ۰ \\ a-۴b = (a-b) - ۳b > ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|a+b| + |a-b|}{|a-۴b| - |a-b|} = \frac{-a-b+a-b}{a-۴b-a+b} = \frac{-۲b}{-۳b} = \frac{۲}{۳}$$

۸۱. گزینه ۱ وقتی دایره، از نقطه ی A به زاویه‌ی α رؤیت می‌شود یعنی زاویه‌ی میان دو مماس AT و AT' برابر α است.

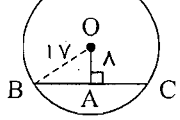
در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ATO داریم:



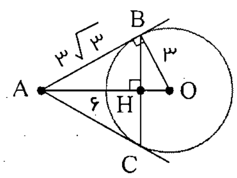
$$\tan ۶۰^\circ = \frac{R}{AT} \Rightarrow AT = \frac{۶}{\sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۳}$$

$$S_{\overset{\triangle}{OAT}} = \frac{۱}{۲} AT \times OT = \frac{۱}{۲}(۲\sqrt{۳})(۶) = ۶\sqrt{۳}$$

۸۲. گزینه ۲ کوچکترین وتر عمود بر OA است $BC = ۲\sqrt{OB^۲ - OA^۲} = ۲\sqrt{۱۷^۲ - ۸^۲} = ۲ \times ۱۵ = ۳۰$ پس $BC = ۳۰$ و بزرگترین وتر قطر دایره است که برابر ۳۴ می‌باشد و تفاضل آن دو $۳۴ - ۳۰ = ۴$



۸۳. گزینه ۱



$$\overset{\triangle}{AOB} : AB = \sqrt{(AO)^۲ - (OB)^۲} = ۳\sqrt{۳}$$

BH ارتفاع مثلث $\overset{\triangle}{ABO}$ است.

$$S_{\overset{\triangle}{ABO}} = \frac{۱}{۲} AB \times OB = \frac{۱}{۲} BH \times AO \Rightarrow AB \times OB = BH \times AO$$

$$\Rightarrow ۳\sqrt{۳} \times ۳ = BH \times ۶ \Rightarrow BH = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

در مثلث $\overset{\triangle}{OBH}$ داریم:

$$\overset{\triangle}{OBH} : (BH)^۲ + (OH)^۲ = (OB)^۲ \Rightarrow (\frac{۳}{۲}\sqrt{۳})^۲ + (OH)^۲ = (۳)^۲ \Rightarrow OH = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{AH = AO - OH} AH = \frac{۹}{۲}$$

$$? = \frac{AH}{OH} = \frac{\frac{۹}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = ۳$$

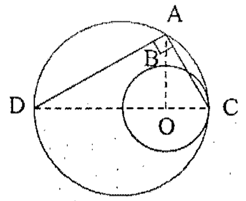
راه حل دوم:

$$\overset{\triangle}{BHO} \sim \overset{\triangle}{ABH} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{BHA}}}{S_{\overset{\triangle}{BHO}}} = (\frac{AB}{OB})^۲ = (\frac{۳\sqrt{۳}}{۳})^۲ = ۳$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABH}} = \frac{۱}{۲} \times BH \times AH, S_{\overset{\triangle}{BHO}} = \frac{۱}{۲} \times BH \times OH \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ABH}}}{S_{\overset{\triangle}{BHO}}} = \frac{AH}{OH} \Rightarrow \frac{AH}{OH} = ۳$$

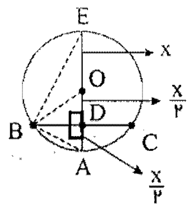
۸۴. گزینه ۱ در مثلث قائم‌الزاویه DAC داریم $OA^۲ = OD \cdot OC$ شعاع دایره کوچک را r می‌نامیم $OA^۲ = ۳r \cdot r = ۳r^۲$ پس $OA = r\sqrt{۳}$ از طرفی $AB = OA - OB = r\sqrt{۳} - r$ پس $r(\sqrt{۳} - ۱) = ۳ - \sqrt{۳}$ پس $r = \sqrt{۳}$

در نتیجه شعاع دایره بزرگتر $۲\sqrt{۳}$ است.



۸۵. گزینه ۴

شعاع را x فرض می کنیم، پس :



$$OD = AD = \frac{x}{۲} \Rightarrow ED = \frac{۳}{۲}x$$

حال:

$$\begin{cases} BD \text{ مشترک} \\ OD = AD \Rightarrow \overset{\Delta}{OBD} \cong \overset{\Delta}{ABD} \Rightarrow AB = OB = x \\ \widehat{D} = ۹۰^\circ \end{cases}$$

و در مثلث $\overset{\Delta}{OBD}$ داریم:

$$BD^۲ + OD^۲ = OB^۲ \Rightarrow BD = \frac{\sqrt{۳}}{۲}x$$

حال می رویم سراغ مثلث $\overset{\Delta}{EBD}$ و داریم:

$$BD^۲ + ED^۲ = EB^۲$$

$$(\frac{\sqrt{۳}}{۲}x)^۲ + (\frac{۳}{۲}x)^۲ = EB^۲ \Rightarrow EB = \sqrt{۳}x$$

و اما جمع بندی

$$? = \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{۳}x}{x} = \sqrt{۳}$$

راه دوم:

طبق روابط مثلث قائم‌الزاویه داریم:

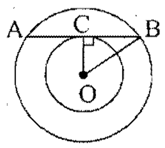
$$\overset{\Delta}{EBA} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{AE}}{۲} = ۹۰^\circ \quad , D = ۹۰^\circ$$

$$BE^۲ = DE \times AE = \frac{۳}{۲}x \times ۲x \Rightarrow BE = \sqrt{۳}x$$

$$AB^۲ = AD \times AE = \frac{x}{۲} \times ۲x = x^۲ \Rightarrow AB = x \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{۳}x}{x} = \sqrt{۳}$$

۸۶. گزینه ۴

شعاع $C_۱$ را $R_۱$ و شعاع $C_۲$ را $R_۲$ فرض می کنیم:



AB وتر مورد نظر که شعاع OC از دایره $C_۱$ بر آن عمود در نتیجه، منصف آن نیز هست پس:

$$AC = BC = \sqrt{۵}$$

حال در مثلث $\overset{\Delta}{OCB}$ داریم:

$$\overset{\Delta}{OCB}: OC^۲ + BC^۲ = OB^۲$$
$$R_۱^۲ + (\sqrt{۵})^۲ = R_۲^۲$$

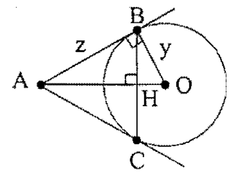
پس داریم:

$$R_۲^۲ - R_۱^۲ = ۵$$

حال این رابطه را در π ضرب می کنیم:

$$? = SC_۲ - SC_۱ = \pi R_۲^۲ - \pi R_۱^۲ = ۵\pi$$

۸۷. گزینه ۲



$$BH = \frac{BC}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}x$$

در مثلث $\overset{\Delta}{ABO}$ داریم:

$$۲S = AB \times OB = BH \times AO$$
$$z \times y = \frac{\sqrt{۳}}{۴}x \times x \ (۱)$$

و مثلث $\overset{\Delta}{ABO}$ قائم الزاویه است پس:

$$(AB)^۲ + (BO)^۲ = (AO)^۲ \Rightarrow z^۲ + y^۲ = x^۲ \ (۲)$$
$$(۱),(۲) \Rightarrow (x^۲ - y^۲) \times y^۲ = \frac{۳}{۱۶}x^۴$$

حال گزینه ها را در رابطه به دست آمده امتحان می کنیم که تنها $y = \frac{x}{۲}$ قابل قبول است.

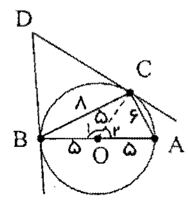
۸۸. گزینه ۴

$$\overset{\Delta}{ABC}: (AC)^۲ + (BC)^۲ = (AB)^۲ \Rightarrow AB = ۱۰$$

از طرفی در چهار ضلعی $DBOC$ دو زاویه B و C قائمه هستند (شعاع در نقطه‌ی تماس بر مماس عمود است) داریم:

$$\begin{cases} \hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۱۸۰^\circ \\ O_۱ + D = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{D} = \hat{O}_۲$$

دو مثلث $\overset{\Delta}{BDC}$, $\overset{\Delta}{COA}$ متساوی الساقین و دارای زاویه رأس برابرند پس زاویه مجاور به قاعده برابر دارند پس متشابه اند:



$$\overset{\Delta}{COA} \sim \overset{\Delta}{BDC} \Rightarrow \frac{BD}{OC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{۵} = \frac{۸}{۶} \Rightarrow BD = \frac{۲۰}{۳}$$

۸۹. گزینه ۲ از M به N وصل می‌کنیم. داریم:

$$\overset{\Delta}{MCN}: \hat{C} + C\widehat{M}N + C\widehat{N}M = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۱۸۰^\circ - C\widehat{M}N - C\widehat{N}M$$

$$\overset{\Delta}{MPN}: \hat{P} + P\widehat{M}N + P\widehat{N}M = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{P} = ۱۸۰^\circ - P\widehat{M}N - P\widehat{N}M \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{AMN}: \hat{A} + A\widehat{M}N + A\widehat{N}M = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^\circ - A\widehat{M}N - A\widehat{N}M$$

$$\widehat{A}+\widehat{C}=۲\times ۱۸۰^\circ-(A\widehat{M}N+A\widehat{N}M+C\widehat{M}N+C\widehat{N}M)$$

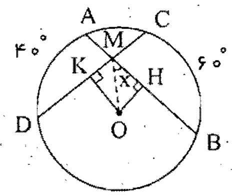
$$=۲\times ۱۸۰^\circ-(۲M_۲+C\widehat{M}N+۲N_۲+C\widehat{N}M+C\widehat{M}N+C\widehat{N}M)$$

$$=۲\times ۱۸۰^\circ-۲(\widehat{M}_۲+\widehat{N}_۲+C\widehat{M}N+C\widehat{N}M)=۲(۱۸۰^\circ-(M_۲+N_۲+C\widehat{M}N+C\widehat{N}M)(۲)$$

$$(۱):\ \widehat{P}=۱۸۰^\circ-(M_۲+C\widehat{M}N)-(\widehat{N}_۲+C\widehat{M}N)=۱۸۰^\circ-(M_۲+N_۲+C\widehat{M}N+C\widehat{N}M)$$

$$(۲):\ \widehat{A}+\widehat{C}=۲P\ \ ,\ \ \widehat{A}+\widehat{C}=۱۸۰^\circ\Rightarrow ۲\widehat{P}=۱۸۰^\circ\Rightarrow \widehat{P}=۹۰^\circ$$

۹۰. گزینه ۲ دو وتر AB و CD مساویند، پس فاصله‌ی مرکز دایره (O) از AB و CD برابر است، پس OM نیمساز زاویه‌ی $D\widehat{M}B$ می‌باشد:



$$OH=OK\ ,\ H=K=۹۰^\circ\Rightarrow \overset{\Delta}{OMH}\cong O\widehat{M}H=\frac{D\widehat{M}B}{۲}$$

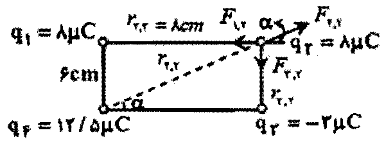
$$\widehat{AD}+\widehat{BC}=۴۰+۶۰=۱۰۰^\circ\Rightarrow \widehat{AC}+\widehat{BD}=۳۶۰^\circ-۱۰۰^\circ=۲۶۰^\circ$$

$$D\widehat{M}B=\frac{\widehat{AC}+\widehat{BD}}{۲}=\frac{۲۶۰}{۲}=۱۳۰^\circ\Rightarrow x=\frac{D\widehat{M}B}{۲}=\frac{۱۳۰^\circ}{۲}=۶۵^\circ$$

۱۰۱ گزینه ۳

ابتدا با استفاده از قانون کولن باید نیروهایی که به بار q_2 وارد می‌شوند را به دست آوریم (فواصل بین بارها روی شکل مشخص‌اند)؛ سپس با استفاده از جمع برداری، برآیند نیروها را محاسبه کنیم.

$r_{4,2}$ را می‌توانیم از رابطهٔ فیثاغورث بیابیم:



$$\begin{cases} (r_{4,2})^2 = (r_{3,2})^2 + (r_{1,2})^2 \\ r_{3,2} = 6cm = 0/06m \\ r_{1,2} = 8cm = 0/08m \end{cases} \Rightarrow (r_{4,2})^2 = 36 + 64 = 100cm \Rightarrow r_{4,2} = 10cm = 0/1m$$

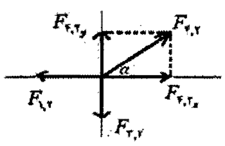
حال به محاسبهٔ نیروهای وارد بر بار q_2 می‌پردازیم:

$$\begin{cases} |\vec{F}_{1,2}| = \dfrac{k|q_1||q_2|}{|\vec{r}_{1,2}|^2} \\ q_1 = -8\mu C \\ q_2 = 8\mu C = 8 \times 10^{-6} C \end{cases} \Rightarrow |\vec{F}_{1,2}| = \frac{9\times10^9 \times 8\times10^{-6} \times 8\times10^{-6}}{(8\times10^{-2})^2} = 90N$$

$$\begin{cases} |\vec{F}_{3,2}| = \dfrac{k|q_3||q_2|}{|\vec{r}_{3,2}|^2} \\ q_3 = -3\mu C = -3\times10^{-6} C \end{cases} \Rightarrow |\vec{F}_{3,2}| = \frac{9\times10^9 \times 3\times10^{-6} \times 8\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2} = 60N$$

$$\begin{cases} |\vec{F}_{4,2}| = \dfrac{k|q_4||q_2|}{|\vec{r}_{4,2}|^2} \\ q_4 = 12/5\mu C = 12/5\times10^{-6} C \end{cases} \Rightarrow |\vec{F}_{4,2}| = \frac{9\times10^9 \times 12/5\times10^{-6} \times 8\times10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 90N$$

با داشتن اندازهٔ سه بردار می‌توانیم برآیند آن‌ها را محاسبه کنیم: ابتدا باید بردار $F_{4,2}$ را تجزیه کنیم:



$$F_{4,2x} = F_{4,2}\cos\alpha$$
$$F_{4,2y} = F_{4,2}\sin\alpha$$

با توجه به شکل $\sin\alpha = \frac{r_{3,2}}{r_{4,2}} = \frac{6}{10}$، $\cos\alpha = \frac{r_{1,2}}{r_{4,2}} = \frac{8}{10}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} F_{Ty} = F_{4,2y} - F_{3,2} \\ F_{4,2y} = F_{4,2}\sin\alpha \\ F_{4,2} = 90N \\ F_{3,2} = 60N \end{cases} \Rightarrow F_{Ty} = F_{4,2}\sin\alpha - F_{3,2} = 90 \times \frac{6}{10} - 60 = -6(N)$$

$$\begin{cases} F_{Tx} = F_{4,2x} - F_{1,2} \\ F_{4,2x} = F_{4,2}\cos\alpha \\ F_{1,2} = 90N \end{cases} \Rightarrow F_{Tx} = F_{4,2}\cos\alpha - F_{1,2} = 90 \times \frac{8}{10} - 90 = -18(N)$$

بنابراین اندازهٔ برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2} = \sqrt{(-18)^2 + (-6)^2} = 6\sqrt{10}N$$

۱۰۲ | گزینه ۱

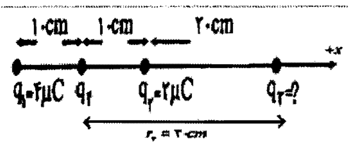
گام اول

الف) برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 برابر صفر است ← $\vec{F}_{1,4}+\vec{F}_{2,4}+\vec{F}_{3,4}=0$

ب) بار q_3 چند میکروکولن است؟ ← $q_3=?\mu C$

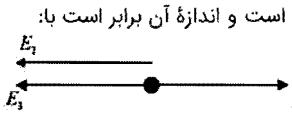
گام دوم

کافی است طبق شکل برای تعیین جهت بردار ناشی از میدان الکتریکی بار q_3، اندازهٔ میدان‌های E_1 و E_2 را محاسبه و مقایسه می‌کنیم.



$$|E|=\left|k\frac{q}{r^2}\right| \Rightarrow \begin{cases}|E_1|=\left|k\frac{q_1}{r_1^2}\right|=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{(10^{-1})^2}=3/6\times10^6 N/C\\ |E_2|=\left|k\frac{q_2}{r_2^2}\right|=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{(10^{-1})^2}=1/8\times10^6 N/C\end{cases}\Rightarrow |E_1|>|E_2|$$

طبق نتایج به‌دست‌آمده، جهت میدان ناشی از بار q_3 هم‌جهت با E_2 باید باشد تا بردار E_1 را خنثی کند. بنابراین بار q_3 مثبت است و اندازهٔ آن برابر است با:



$$E_3+E_2=E_1\Rightarrow E_3+1/8\times10^6=3/6\times10^6\Rightarrow E_3=1/8\times10^6$$

درنتیجه بار q_3 برابر است با:

$$|E_3|=\left|k\frac{q_3}{r_3^2}\right|\Rightarrow 1/8\times10^6=\frac{9\times10^9\times q_3}{(3\times10^{-1})^2}\Rightarrow q_3=1/8\times10^{-5}=18\mu C$$

۱۰۳ | گزینه ۲

گام اول

چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعهٔ بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ ← هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل‌ضرب آن‌ها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار باهم برابر باشند.

گام دوم

$$\text{مقدار ثابت} = 3q_1 = q_1+2q_1 = (q_1+q_2)_{\text{حالت اول}}$$

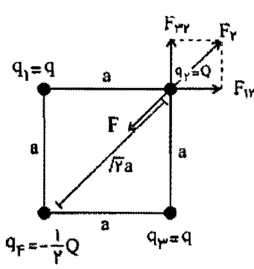
بنابراین در حالت دوم، بارها باهم برابر هستند و مقدارشان $q'_1=q'_2=\frac{3q_1}{2}$ است. درنتیجه درصد تغییرات بار q_2 برابر است با:

$$\frac{\Delta q_2}{q_2}\times100=\frac{q'_2-q_2}{q_2}\times100=\frac{\frac{3q_1}{2}-2q_1}{2q_1}\times100=-25\%$$

۱۰۴ | گزینه ۲

باتوجه‌به بردارهای نیرو و اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است، داریم:

(دقت شود برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر شود، باید بارهای q و Q همنام باشند تا مطابق شکل این اتفاق بیفتد)



$$\begin{cases}F_{12}=\frac{kq_1q_2}{r_{12}^2}=\frac{kqQ}{a^2}\\ F_{32}=\frac{kq_3q_2}{r_{32}^2}=\frac{kqQ}{a^2}\end{cases}\Rightarrow F_2=\sqrt{2}\frac{kqQ}{a^2}$$

$$F_{42}=\frac{kq_4q_2}{r_{42}^2}=\frac{k\frac{1}{2}QQ}{2a^2}=\frac{1}{4}\frac{kQ^2}{a^2}$$

برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است $\Rightarrow F_2=F_{42}\Rightarrow \sqrt{2}\frac{kqQ}{a^2}=\frac{1}{4}\frac{kQ^2}{a^2}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{q}=4\sqrt{2}$$

۱۰۵ گزینه ۴

نیرویی که بار $-q$ وارد می‌کند، ربایشی و نیرویی که بار $2q$ وارد می‌کند، رانشی می‌باشد.

$$\text{حالت اول}: F_1 = \frac{kq^2}{a^2}\ ,\ F_2 = \frac{2kq^2}{(2a)^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

در حالت اول چون نیروی ربایشی قوی‌تر از نیروی رانشی است $(F_1 > F_2)$، بنابراین برآیند آن‌ها به‌صورت نیرویی به سمت چپ به بار q وارد می‌شود.

$$F = F_1 - F_2 = \frac{kq^2}{a^2} - \frac{kq^2}{2a^2} = \frac{kq^2}{2a^2} \Rightarrow F = \frac{kq^2}{2a^2}$$

$$\text{حالت دوم}: F'_1 = \frac{kq^2}{(2a)^2} = \frac{kq^2}{4a^2}\ ,\ F'_2 = \frac{2kq^2}{a^2}$$

در حالت دوم چون نیروی رانشی قوی‌تر از نیروی ربایشی است $(F'_2 > F'_1)$، بنابراین برآیند آن به سمت راست به بار q وارد می‌شود.
در این حالت داریم:

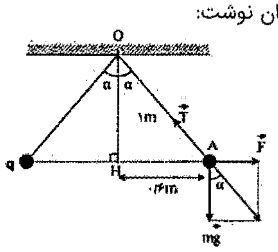
$$F' = F'_2 - F'_1 = \frac{2kq^2}{a^2} - \frac{kq^2}{4a^2} = \frac{7kq^2}{4a^2}$$

چون نیرو در حالت دوم در خلاف جهت حالت اول است، بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \vec{F}' = -\frac{7}{2}\vec{F}$$

۱۰۶ گزینه ۱

مطابق شکل، بر هر گلوله سه نیرو شامل نیروی وزن، نیروی الکتریکی و نیروی نخ وارد می‌شود. بنابراین باتوجه‌به شکل زیر می‌توان نوشت:



$$\sin\alpha = \frac{AH}{OA} = \frac{0/6}{1} = 0/6$$

$$\xrightarrow{\alpha<90^\circ} \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0/36} = 0/8$$

$$(F_x)_{\text{برآیند}} = 0 \Rightarrow F = T\sin\alpha$$

$$(F_y)_{\text{برآیند}} = 0 \Rightarrow mg = T\cos\alpha \xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه بر هم}}$$

$$\tan\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{k\frac{q^2}{r^2}}{mg}$$

$$\xrightarrow{mg=0/3\,N} \frac{0/6}{0/8} = \frac{9\times10^9\times\frac{q^2}{(1/2)^2}}{0/3}$$

$$\Rightarrow q^2 = 36\times10^{-12} \Rightarrow |q| = 6\times10^{-6}\,C \Rightarrow |q| = 6\,\mu C$$

۱۰۷ گزینه ۳

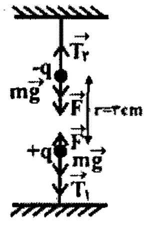
$$\left.\begin{array}{l} q_A = +8\,mC \\ q_B = +4\,mC \end{array}\right\} \xrightarrow[A,B]{\text{تماس اول}} q'_A = q'_B = \frac{8+4}{2} = +6\,mC \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{جدید } A \text{ و } C]{\text{تماس دوم}} q''_A = q'_C = \frac{(+6)+(-4)}{2} = +1\,mC$$

$$q_C = -4\,mC$$

$$F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q''_A||q'_B|}{|q_A||q_B|} = \frac{1\times6}{8\times4} = \frac{3}{16}$$

۱۰۸ گزینه ۳

با استفاده از نیروهای وارد بر هر بار و رابطهٔ آن‌ها با یکدیگر در حالت تعادل و نیز داده‌های سؤال، اندازهٔ نیروی ربایش $\vec{F}$ که دو بار برهم وارد می‌کنند به دست می‌آید که از روی آن $|q|$ طبق رابطهٔ کولن محاسبه می‌گردد. داریم:



$$\text{در حالت تعادل}: \begin{cases} F = mg + T_1 \\ F + mg = T_2 \end{cases} \xrightarrow{T_2=3T_1} \frac{F+mg}{F-mg} = 3$$

$$\xrightarrow{m=20\times10^{-3}\,kg} F = 2mg = 2\times20\times10^{-3}\times10 = 4\times10^{-1}\,N \qquad (1)$$

$$F = k\frac{q^2}{r^2} \xrightarrow[(1)]{r=3\,cm} 4\times10^{-1} = 9\times10^9\frac{q^2}{(3\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q| = 2\times10^{-7} = 0/2\,\mu C$$

۱۰۹ | گزینه ۴

در حالت اول با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2} \Rightarrow F_1 = k\frac{2q\times 3q}{r^2} \Rightarrow F_1 = k\frac{6q^2}{r^2}\ (1)$$

بعد از اتصال کره دارای بار $2q$ به زمین، تمام بار آن خنثی می‌شود. با اتصال دو کره به هم طبق اصل پایستگی بار، برای بار هر کره می‌توان نوشت:

$$q'_1 + q'_2 = q''_1 + q''_2 \xrightarrow{q''_1 = q''_2} 3q + 0 = 2q''_1 \Rightarrow q''_1 = q''_2 = \frac{3}{2}q$$

$$F_2 = k\frac{|q''_1||q''_2|}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = k\frac{\frac{3}{2}q\times\frac{3}{2}q}{\frac{r^2}{4}} \Rightarrow F_2 = k\frac{9q^2}{r^2}(2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{F_2}{F_1} = \frac{9}{6} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{3}{2}$$

۱۱۰ | گزینه ۴

می‌دانیم در نقطهٔ وسط خط واصل دو بار الکتریکی همنام و هم‌اندازه، میدان الکتریکی برآیند برابر صفر است. از طرف دیگر در فاصلهٔ خیلی دور و بر روی عمودمنصف پاره‌خط واصل دو بار نیز میدان الکتریکی برابر با صفر است؛ بنابراین وقتی از فاصلهٔ خیلی دور بر روی عمودمنصف تا نقطهٔ H در پای عمودمنصف پیش برویم، میدان الکتریکی برآیند از مقدار صفر به مقدار صفر می‌رسد. این نشان می‌دهد که در طول مسیر باید در مکانی میدان الکتریکی بیشینه باشد؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم ابتدا میدان الکتریکی افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

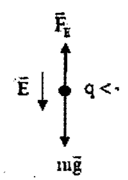
۱۱۱ | گزینه ۳

برای آنکه ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد (قانون اول نیوتون)، داریم:

$$F_{\text{برآیند}} = 0 \Rightarrow F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|}$$

$$\Rightarrow E = \frac{20\times 10^{-3}\times 10}{0/4\times 10^{-6}} = \frac{0/2}{0/4\times 10^{-6}} = \frac{1}{2}\times 10^{6} \Rightarrow E = 5\times 10^{5}\, N/C$$

دقت کنید چون جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باید در خلاف جهت نیروی وزن باشد، پس نیروی الکتریکی به‌طرف بالا (در خلاف جهت میدان) است و بنابراین نوع بار ذره باید منفی باشد.



۱۱۲ | گزینه ۴

همواره برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار ناهمنام در نقطه‌ای در امتداد خط واصل دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر صفر می‌شود. (این نقطه بین دو بار ناهمنام نیست). پس تنها نقطهٔ D می‌تواند جواب سؤال باشد.

۱۱۳ | گزینه ۱

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 که درهرصورت در نقطهٔ O صفر است و تنها باید بارهای q_3 و q_4 را بررسی نماییم.

اگر دو ذره با بارهای ناهمنام داشته باشیم، برآیند حاصل از آن‌ها در نقطه‌ای خارج از دو بار روی امتداد خط واصل آن‌ها و نزدیک بار کوچک‌تر و در فاصلهٔ x از آن می‌تواند صفر باشد که x از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\frac{q_3}{x^2} = \frac{q_4}{(d+x)^2}$$

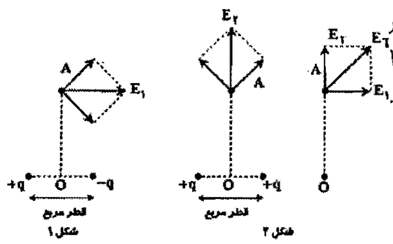
که d فاصلهٔ دو ذرهٔ q_3 و q_4 است و $x = 6\,cm$ می‌باشد.

$$\frac{\cancel{4}}{6^2} = \frac{\cancel{36}^{\,9}}{(d+6)^2} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{d+6} \Rightarrow 18 = d + 6 \Rightarrow d = 12\,cm$$

درحالی‌که در شکل فاصلهٔ q_3 از q_4 برابر $8\,cm$ است؛ یعنی باید ۴ سانتی‌متر به سمت راست q_4 را منتقل نماییم.

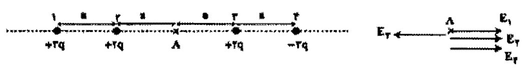
۱۱۴ گزینه ۴

در نقطهٔ A چهار بردار میدان وجود دارد. برای محاسبهٔ برآیند این چهار بردار، میدان‌های حاصل از بارهای دو سر هر قطر را دوبه‌دو باهم برآیند می‌گیریم. بردارهای E_1 و E_2 حاصل این برآیندها است؛ همان‌طور که در شکل‌های ۱ و ۲ مشخص است؛ بردار E_1 موازی صفحهٔ مربع و موازی قطر مربع است و بردار E_2 در راستای محور OA است. برآیند E_1 و E_2 بردار E_T است که باتوجه‌به تساوی فاصلهٔ بارها از نقطهٔ A و تساوی اندازهٔ بارها می‌توان گفت $|E_1| = |E_2|$ و درنتیجه زاویهٔ E_T با OA برابر 45° است.



۱۱۵ گزینه ۴

جهت میدان هر بار به‌صورت زیر است:



$$\left|\vec E_4\right| = \left|\vec E_1\right| = k\frac{3|q|}{4a^2}$$

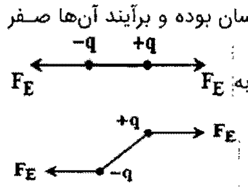
$$\left|\vec E_2\right| = \left|\vec E_3\right| = k \times \frac{2|q|}{a^2}$$

$$\left|\vec E_T\right| = \left|\vec E_1\right| + \left|\vec E_2\right| - \left|\vec E_3\right| + \left|\vec E_4\right| \Rightarrow \left|\vec E_T\right| = k \times \frac{3|q|}{4a^2} + k \times \frac{3|q|}{4a^2} = \frac{3kq}{2a^2}$$

۱۱۶ گزینه ۴

در وضعیت ۱ نیروهای وارد بر ذره‌ها به‌صورت زیر است و چون میدان یکنواخت است، اندازهٔ نیروی وارد بر قطب مثبت و منفی یکسان بوده و برآیند آن‌ها صفر و لذا دوقطبی ثابت است.

در وضعیت ۲ نیروهای وارد بر ذره‌ها به‌صورت زیر است و اندازهٔ نیروهای وارد بر بارهای مثبت و منفی نیز یکسان است ولی باتوجه‌به محل اثر نیروها این دوقطبی ساعت‌گرد می‌چرخد.



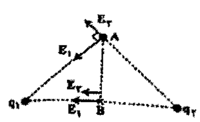
۱۱۷ گزینه ۱

نیروی وزن این ذره را به‌طرف پایین می‌کشد و میدان الکتریکی آن را به‌طرف بالا می‌راند (چون شتاب سقوط کمتر از g است) و چون بار منفی است، جهت نیروی وارد بر آن مخالف $\vec E$ است؛ پس جهت میدان به‌طرف پایین است.

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - E|q| = ma \Rightarrow 20 \times 10^{-3} \times 10 - 10 \times 10^{-9} E = 20 \times 10^{-3} \times 6$$

$$\Rightarrow 0.2 - 10^{-8} E = 0.12 \Rightarrow 0.08 = 10^{-8} E \Rightarrow E = 8 \times 10^{6}\ N/C = 8 \times 10^{6}\ V/m$$

۱۱۸ گزینه ۳



نقطهٔ B: $E_B = E_1 + E_2 = \frac{kq_1}{d^2} + \frac{kq_2}{d^2} = \frac{k}{d^2}(20+10) \times 10^{-9} = \frac{30k}{d^2} \times 10^{-9}$

نقطهٔ A: $E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{(d\sqrt{2})^2} = \frac{k|q_1|}{2d^2}$$

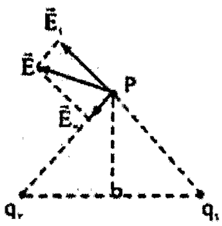
$$E_2 = \frac{k|q_2|}{d(\sqrt{2})^2} = \frac{k|q_2|}{2d^2} \Rightarrow E_A = \frac{k}{2d^2}\sqrt{10^2 + 20^2} \times 10^{-9} = \frac{10\sqrt{5}k}{2d^2} \times 10^{-9}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}k}{d^2} \times 10^{-9}$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{30}{5\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

۱۱۹ گزینه ۱

اگر میدان الکتریکی در نقطهٔ P را به دو مؤلفه در امتـداد خط های واصل نقطهٔ P به محل دو بار تجزیه کنیم، میـدان الکتریکی حاصل از هر بار در غیاب بار دیگر در نقطهٔ P به دست می آید. (مطابق شکل)



* با توجه به شکل می توان گفت:

الف) چون جهت $\vec{E}_2$ به سمت بار q_2 است، پس q_2 منفی است.

ب) چون جهت $\vec{E}_1$ از بار q_1 به سمت خارج است، نتیجه می شود که q_1 مثبت است.

پ) چون $\vec{E}$ به $\vec{E}_1$ نزدیک تر است پس $|\vec{E}_2| < |\vec{E}_1|$ است، لذا طبق رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^2}$ و یکسان بودن فاصلهٔ دو بار الکتریکی از نقطهٔ P، نتیجه می شود که اندازهٔ q_1 بیشتر از اندازهٔ q_2 است.

۱۲۰ گزینه ۱

$$40cm = 0/4m$$

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{k|q|}{(0/4)^2} = 900 \\ \dfrac{k|q|}{r^2} = 400\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{r^2}{(0/4)^2} = \frac{900}{400} \Rightarrow \frac{r^2}{(0/4)^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{r}{0/4} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow r = \left(\frac{3\times 0/4}{2}\right) = 0/6m = 60cm \Rightarrow (60 - 40) = 20cm$$

یعنی ۲۰ سانتی‌متر دورتر از مکان قبلی

۱۲۱. گزینه ۱ با استفاده از گازهای نجیب می‌توان به دوره و گروه پی برد، هم‌چنین با رسم آرایش الکترونی

$_{۲۹}Cu:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۱}$ گروه ۱۱ یا IB / دوره‌ی چهارم

$_{۲۴}Cr:[_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۱}$ گروه ۶ یا VIB / دوره‌ی چهارم

۱۲۲. گزینه ۴ فلزات در جدول شامل فلزات واسطه، اصلی و فلزات واسطه‌ی داخلی هستند و تنها چند فلز در دسته‌ی p قرار دارند.

۱۲۳. گزینه ۴ سیلیسیم مانند فلزات درخشان و مانند نافلزات شکننده است.

۱۲۴. گزینه ۴ تراز انرژی سوم دارای ۱۰ الکترون است. پس آرایش الکترونی تراز سوم به صورت $۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۲}$ است و چون $۴s$ قبل از $۳d$ الکترون می‌گیرد، پس آرایش الکترونی کامل عنصر X به صورت $۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۲}۴s^{۲}$ است، بنابراین این عنصر دارای عدد اتمی ۲۲ بوده و جزو عناصر دسته d محسوب می‌شود.

۱۲۵. گزینه ۴ اولین عنصر واسطه عنصری است که تراز $۳d$ آن نخستین الکترون را می‌پذیرد. ($۳d^{۱}$) بر این اساس می‌توان آرایش الکترونی آن را به صورت زیر تعیین کرد: $۱s^{۲}/۲s^{۲}۲p^{۶}/۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۱}/۴s^{۲}$

که دارای ۲۱ پروتون است و مربوط به دوره‌ی چهارم و گروه سوم جدول دوره‌ای عناصر شیمیایی است.

۱۲۶. گزینه ۴ از فلز اسکاندیم ($_{۲۱}Sc$) که یک فلز واسطه‌ی کمیاب است در تجهیزات خانگی مثل تلویزیون رنگی و شیشه استفاده می‌شود.

۱۲۷. گزینه ۲ زیرا آرایش الکترونی اتم عنصر M، $[_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۲}$ است، پس آرایش کاتیون $M^{۳+}$ ، $[_{۱۸}Ar]۳d^{۴}$ است.

۱۲۸. گزینه ۳ منظور از عناصر دسته‌ی d، عناصر واسطه خارجی است. عدد اتمی ۴۵ متعلق به تناوب ۵ از گروه ۹ است. پس این عنصر جزو دسته d است. عنصرهای دارای عدد اتمی ۸۱، ۳۳، ۵۵ به ترتیب جزو گروه‌های ۱۵ و ۱۳ و ۱ هستند پس به ترتیب جزو عناصر دسته‌ی p، دسته‌ی p و دسته‌ی s هستند.

۱۲۹. گزینه ۱ در میان مواد معدنی فلزی، بیش از ۹۵% وسایل فلزی را آهن تشکیل می‌دهد.

۱۳۰. گزینه ۳ زیرا یون فلزی در این ترکیب‌ها دارای آرایش گاز نجیب است و نمی‌تواند نور در ناحیه‌ی مریی را جذب کند و سپس نشر دهد.

۱۳۱. گزینه ۲ باتوجه به گروه و دوره‌ی عنصرهای A و B ابتدا عدد اتمی آنها را تعیین می‌کنیم.

(گروه ۱۳ و دوره‌ی ۳) $A \to [_{۱۰}Ne]\ ۳s^{۲}۳p^{۱} \xrightarrow{\text{عدد اتمی}} ۱۰+۲+۱=۱۳$

(گروه ۱۷ و دوره‌ی چهارم) $B \to [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۵} \xrightarrow{\text{عدد اتمی}} ۱۸+۱۰+۲+۵=۳۵$

در نتیجه تفاوت عددهای اتمی A و B برابر ۲۲ است و ۲۱ عنصر بین این دو قرار دارد.

۱۳۲. گزینه ۱ با داشته ۳ الکترون با اعداد کوانتومی $n=۳$ و $L=۲$ بالاترین سطح انرژی آن به صورت $۳d^{۳}$ خواهد بود بنابراین خواهیم داشت:

$۱s^{۲}/۲s^{۲}۲p^{۶}/۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۳}/۴s^{۲} \to Z=۲۳$

۱۳۳. گزینه ۲ در هالوژن‌ها از بالا به پایین فعالیت شیمیایی کم می‌شود و هر هالوژن بالاتر می‌تواند هالوژن پایین‌تر از محلول خارج کند.

افزایش واکنش‌پذیری $\uparrow$
$F_۲$
$Cl_۲$
$Br_۲$
$I_۲$

$Cl_۲(g)+۲KBr(aq) \to ۲KCl(aq)+Br_۲(l)$

واکنش انجام نمی‌شود $Br_۲(l)+۲KCl(aq) \to$

۱۳۴. گزینه ۱ واکنش‌پذیری عنصرها در گروه اول جدول تناوبی عناصر از بالا به پایین و در گروه ۱۷ از پایین به بالا افزایش می‌یابد به طوری که فعال‌ترین فلز در پایین گروه اول و فعال‌ترین نافلز در بالای گروه ۱۷ جای دارد.

۱۳۵. گزینه ۴ b شعاع واندروالسی یعنی نصف طول واندروالس یعنی از مرکز تا لایه‌ی آخر است.

a فاصله‌ی میان دو هسته‌ی دو اتم تشکیل‌دهنده‌ی پیوند کووالانسی یعنی طول کووالانسی است.

۱۳۶. گزینه ۱ افزایش بار هسته و ثابت ماندن تعداد لایه‌های اصلی باعث کاهش تدریجی شعاع اتمی عنصرهای یک دوره از جدول دوره‌ای عناصر از چپ به راست با وجود افزایش عدد اتمی می‌شود.

۱۳۷. گزینه ۲

$$Mg(s) + H_۲SO_۴(aq) \rightarrow MgSO_۴(aq) + H_۲(g)$$

$$?g\,Mg = ۲/۲۴lit\,H_۲ \times \frac{۱mol\,H_۲}{۲۲/۴lit\,H_۲} \times \frac{۱mol\,Mg}{۱mol\,H_۲} \times \frac{۲۴g\,Mg}{۱mol\,Mg} = ۲/۴g\,Mg \quad \text{خالص}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times ۱۰۰ \rightarrow x = \frac{۲/۴}{۲/۵} \times ۱۰۰ = ۹۶\%$$

۱۳۸. گزینه ۱

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times ۱۰۰ \rightarrow ۸۰ = \frac{x}{۰/۴} \times ۱۰۰ \rightarrow x = ۰/۳۲g\ Cu \quad \text{خالص}$$

$$?ml\,NO = ۰/۳۲g\,Cu \times \frac{۱mol\,Cu}{۶۳/۵۵g\,Cu} \times \frac{۲mol\,NO}{۳mol\,Cu} \times \frac{۲۲/۴lit\,NO}{۱mol\,NO} \times \frac{۱۰۰۰mol\,NO}{۱lit\,NO} = ۷۵/۱۹mol\,NO$$

۱۳۹. گزینه ۲ ترتیب فراوانی عنصرها باتوجه به جدول دوره‌ای عناصر به صورت شبه فلز < نافلز < فلز است.

۱۴۰. گزینه ۲

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times ۱۰۰ \rightarrow ۷۰ = \frac{x}{۶} \times ۱۰۰ \rightarrow x = ۴/۲g\ CaO \quad \text{خالص}$$

$$CaO = ۴۰ + ۱۶ = ۵۶g \cdot mol^{-۱} \quad , \quad CaCO_۳ = ۴۰ + ۱۲ + (۱۶ \times ۳) = ۱۰۰g \cdot mol^{-۱}$$

$$۴/۲g\,CaO \times \frac{۱mol\,CaO}{۵۶g\,CaO} \times \frac{۱mol\,CaCO_۳}{۱mol\,CaO} \times \frac{۱۰۰g\,CaCO_۳}{۱mol\,CaCO_۳} = ۷/۵g\,CaCO_۳$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times ۱۰۰ \rightarrow ۷۵ = \frac{۷/۵}{x} \times ۱۰۰ \rightarrow x = ۱۰g\,CaCO_۳ \ \text{ناخالص}$$