

پاسخ نامه تشریحی



رشته ی علوم ریاضی

آزمون های تستی ماهانه پایه ی یازدهم
دبیرستان غیردولتی کمال

پاسخ نامه تشریحی (دروس ستاره دار)

پیش آزمون شماره ۵ گزینه دو (دو ماه)

تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۱۰/۲۸

تعداد سؤال: ۱۵۰ مدت پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه

عنوان، مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال	مدت پاسخگویی (دقیقه)
۱	فارسی و نگارش	۱۵	۱-۱۵	۱۰
۲	عربی	۱۵	۱۶-۳۰	۱۰
۳	دین و زندگی	۱۵	۳۱-۴۵	۱۰
۴	زبان انگلیسی	۱۵	۴۶-۶۰	۱۰
**۵	مسابان	۲۰	۶۱-۸۰	۴۰
**۶	هندسه	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵
۷	آمار و احتمال	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵
**۸	فیزیک	۲۰	۱۰۱-۱۲۰	۴۰
۹	شیمی	۲۰	۱۲۱-۱۴۰	۲۰
۱۰	زمین شناسی	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰



نام: [کلید آزمون]

شماره‌ی داوطلبی:

تاریخ آزمون: ۱۳۹۶/۱۰/۲۸

پیش آزمون گزینه دو شماره ۵ رشته ریاضی

دبیرستان کمال



۱	۵۱	۱۰۱	۱۵۱	۲۰۱	۲۵۱
۲	۵۲	۱۰۲	۱۵۲	۲۰۲	۲۵۲
۳	۵۳	۱۰۳	۱۵۳	۲۰۳	۲۵۳
۴	۵۴	۱۰۴	۱۵۴	۲۰۴	۲۵۴
۵	۵۵	۱۰۵	۱۵۵	۲۰۵	۲۵۵
۶	۵۶	۱۰۶	۱۵۶	۲۰۶	۲۵۶
۷	۵۷	۱۰۷	۱۵۷	۲۰۷	۲۵۷
۸	۵۸	۱۰۸	۱۵۸	۲۰۸	۲۵۸
۹	۵۹	۱۰۹	۱۵۹	۲۰۹	۲۵۹
۱۰	۶۰	۱۱۰	۱۶۰	۲۱۰	۲۶۰
۱۱	۶۱	۱۱۱	۱۶۱	۲۱۱	۲۶۱
۱۲	۶۲	۱۱۲	۱۶۲	۲۱۲	۲۶۲
۱۳	۶۳	۱۱۳	۱۶۳	۲۱۳	۲۶۳
۱۴	۶۴	۱۱۴	۱۶۴	۲۱۴	۲۶۴
۱۵	۶۵	۱۱۵	۱۶۵	۲۱۵	۲۶۵
۱۶	۶۶	۱۱۶	۱۶۶	۲۱۶	۲۶۶
۱۷	۶۷	۱۱۷	۱۶۷	۲۱۷	۲۶۷
۱۸	۶۸	۱۱۸	۱۶۸	۲۱۸	۲۶۸
۱۹	۶۹	۱۱۹	۱۶۹	۲۱۹	۲۶۹
۲۰	۷۰	۱۲۰	۱۷۰	۲۲۰	۲۷۰
۲۱	۷۱	۱۲۱	۱۷۱	۲۲۱	۲۷۱
۲۲	۷۲	۱۲۲	۱۷۲	۲۲۲	۲۷۲
۲۳	۷۳	۱۲۳	۱۷۳	۲۲۳	۲۷۳
۲۴	۷۴	۱۲۴	۱۷۴	۲۲۴	۲۷۴
۲۵	۷۵	۱۲۵	۱۷۵	۲۲۵	۲۷۵
۲۶	۷۶	۱۲۶	۱۷۶	۲۲۶	۲۷۶
۲۷	۷۷	۱۲۷	۱۷۷	۲۲۷	۲۷۷
۲۸	۷۸	۱۲۸	۱۷۸	۲۲۸	۲۷۸
۲۹	۷۹	۱۲۹	۱۷۹	۲۲۹	۲۷۹
۳۰	۸۰	۱۳۰	۱۸۰	۲۳۰	۲۸۰
۳۱	۸۱	۱۳۱	۱۸۱	۲۳۱	۲۸۱
۳۲	۸۲	۱۳۲	۱۸۲	۲۳۲	۲۸۲
۳۳	۸۳	۱۳۳	۱۸۳	۲۳۳	۲۸۳
۳۴	۸۴	۱۳۴	۱۸۴	۲۳۴	۲۸۴
۳۵	۸۵	۱۳۵	۱۸۵	۲۳۵	۲۸۵
۳۶	۸۶	۱۳۶	۱۸۶	۲۳۶	۲۸۶
۳۷	۸۷	۱۳۷	۱۸۷	۲۳۷	۲۸۷
۳۸	۸۸	۱۳۸	۱۸۸	۲۳۸	۲۸۸
۳۹	۸۹	۱۳۹	۱۸۹	۲۳۹	۲۸۹
۴۰	۹۰	۱۴۰	۱۹۰	۲۴۰	۲۹۰
۴۱	۹۱	۱۴۱	۱۹۱	۲۴۱	۲۹۱
۴۲	۹۲	۱۴۲	۱۹۲	۲۴۲	۲۹۲
۴۳	۹۳	۱۴۳	۱۹۳	۲۴۳	۲۹۳
۴۴	۹۴	۱۴۴	۱۹۴	۲۴۴	۲۹۴
۴۵	۹۵	۱۴۵	۱۹۵	۲۴۵	۲۹۵
۴۶	۹۶	۱۴۶	۱۹۶	۲۴۶	۲۹۶
۴۷	۹۷	۱۴۷	۱۹۷	۲۴۷	۲۹۷
۴۸	۹۸	۱۴۸	۱۹۸	۲۴۸	۲۹۸
۴۹	۹۹	۱۴۹	۱۹۹	۲۴۹	۲۹۹
۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰	۳۰۰

سوال ۳۳۳۳۳۳۳۳	وقت : دقیقه	تاریخ :
دبیرستان کمال	تعداد سوالات : ۲۰	نام و نام خانوادگی :
		موضوع : احسان ۱

۶۱. گزینه ۴

$$2a_1 + 3a_2 - 5a_3 = 8 \Rightarrow 2a_1 + 3(a_1 + d) - 5(a_1 + 2d) = 8$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 3a_1 + 3d - 5a_1 - 10d = 8 \Rightarrow d = -\frac{8}{7}$$

$$5a_1 - 3a_2 - 2a_3 = 5a_1 - 3(a_1 + d) - 2(a_1 + 2d) = -7d = -7 \times \left(-\frac{8}{7}\right) = 8$$

۶۲. گزینه ۱

$$a_n = 2n - 5 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -3 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(-3 + 2n - 5) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2n - 8) = n^2 - 4n$$

$$\Rightarrow S_{2n} = (2n)^2 - 4(2n) = 4n^2 - 8n \quad \frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{4n^2 - 8n}{n^2 - 4n} = \frac{4n(n-2)}{n(n-4)} = \frac{4n-8}{n-4}$$

۶۳. گزینه ۳

$$a_1 = -2 \text{ و } d = 3$$

$$= \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(-4 + 3(n-1)) = \frac{3}{2}n^2 - \frac{7}{2}n \geq 100 \Rightarrow 3n^2 - 7n \geq 200 \Rightarrow 3n^2 - 7n - 200 \geq 0$$

پس از تعیین علامت و اینکه n یک عدد طبیعی است داریم:

$$n > \frac{7 + \sqrt{2449}}{6} \Rightarrow n > 9,41 \Rightarrow n \geq 10$$

۶۴. گزینه ۴

$$a + 3d, a + 5d, a + 11d \Rightarrow (a + 5d)^2 = (a + 3d)(a + 11d)$$

$$a^2 + 10ad + 25d^2 = a^2 + 14ad + 33d^2 \Rightarrow -4ad = 8d^2$$

$$-4a = 8d \Rightarrow a = -2d \Rightarrow q = \frac{a + 5d}{a + 3d} \Rightarrow q = \frac{3d}{d} = 3$$

۶۵. گزینه ۱

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_9 = 8 \Rightarrow a_1 a_1 q a_1 q^2 \dots a_1 q^8 = 8$$

$$\Rightarrow a_1^9 q^{1+2+3+\dots+8} = 8 \Rightarrow a_1^9 q^{36} = 8 \Rightarrow (a_1 q^4)^9 = 8 \Rightarrow a_1 q^4 = \sqrt[9]{8}$$

$$a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = a_1 q a_1 q^2 a_1 q^3 a_1 q^4 a_1 q^5 a_1 q^6 a_1 q^7 = a_1^7 q^{1+2+3+4+5+6+7} = a_1^7 q^{28} = (a_1 q^4)^7 = \sqrt[9]{8^7}$$

$$\sqrt[9]{2^{12}} = \sqrt[9]{2^9 \times 2^3} = 2 \sqrt[9]{2^3} = 2 \sqrt[3]{2}$$

۶۶. گزینه ۲

$$x^2 + 12x + a = 0 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}} \Delta' = 36 - a = 0 \Rightarrow a = 36$$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -6 \text{ ریشه مضاعف}$$

 $x = -6$ برابر یکی از ریشه های معادله دوم است پس در معادله صدق می کند:

$$x^2 + bx - \frac{36}{2} = 0 \Rightarrow (-6)^2 + b(-6) - 18 = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$x^2 + 3x - 18 = (x-3)(x+6) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ریشه دوم}$$

صفحه ۲

۶۷. گزینه ۱

 α , β ریشه های معادله هستند پس در خود معادله صدق می کنند.

$$S = -\frac{b}{a} = 2, P = \frac{c}{a} = -4$$

$$\text{ریشه } \alpha \rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 4 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4 = 2\alpha$$

$$(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2 = (2\alpha)^2 + 4\beta^2 = 4(\alpha^2 + \beta^2) = 4(s^2 - 2p) = 4(4 + 8) = 48$$

۶۸. گزینه ۱ اگر $m \neq 0$ باشد، عبارت درجه ی دوم است.عبارت درجه ی دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد.کافی است $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد.

$$\begin{cases} \Delta = 4m^2 - 4m(m+1) = -4m \xrightarrow{\Delta < 0} m > 0 \\ a = m \xrightarrow{a > 0} m > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{اشتراک جواب ها} \Rightarrow m > 0$$

اما اگر $m = 0$ باشد عبارت برابر ۱ است که همواره مثبت است. پس در حالت کلی $m \geq 0$ است.

۶۹. گزینه ۱

عبارت درجه ی دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره نامنفی است هرگاه $a > 0$ و $\Delta \leq 0$ باشد.

$$\begin{cases} \Delta \leq 0 \Rightarrow 4 - 4a(a+1) \leq 0 \Rightarrow -4a^2 - 4a + 4 \leq 0 \\ \Rightarrow a^2 + a - 2 \geq 0 \Rightarrow (a-1)(a+2) \geq 0 \Rightarrow a \leq -2 \text{ یا } a \geq 1 \\ a+1 > 0 \Rightarrow a > -1 \end{cases} \Rightarrow \text{اشتراک} \Rightarrow a \geq 1$$

۷۰. گزینه ۳

در عبارتهای دو مجذوری برای محاسبه ی برد می توانیم آنرا مربع کامل کنیم.

$$y = x^2 - 2x^2 + 1 - 1 + 3 = (x^2 - 1)^2 + 2$$

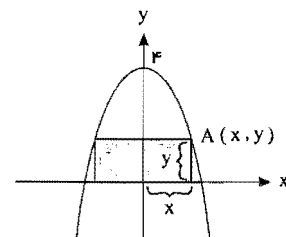
$$(x^2 - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow (x^2 - 1)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow y \geq 2$$

۷۱. گزینه ۲

$$p = 4x + 2y, y = -x^2 + 4 \Rightarrow p = 4x + 2(-x^2 + 4)$$

$$p = -2x^2 + 4x + 8, x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-4} = 1$$

$$P_{Max} = -2 + 4 + 8 = 10$$



۷۲. گزینه ۴

$$\frac{1}{x^2+x} + \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{ax-1}{x^3-x} \xrightarrow{x=2} \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{2a-1}{6} \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{1}{x^2+x} + \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{5x-1}{x^3-x}$$

معادله را در مخرج مشترک ضرب می کنیم.

$$\left(\frac{1}{x(x+1)} + \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{5x-1}{x(x-1)(x+1)} \right) \times x(x-1)(x+1)$$

$$(x-1) + x^3 = (5x-1) \Rightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = \pm 2, x = 0$$
 غ ق ق

حاصل جمع تمام جوابها = ۰

صفحه ۳

۷۳. گزینه ۱

 $|a| < -b \Rightarrow -b$ عددی مثبت در نتیجه b منفی است

$$|a| < -b \Rightarrow -(-b) < a < -b \Rightarrow b < a < -b \Rightarrow \begin{cases} b < a \\ a < -b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b > 0 \\ a+b < 0 \end{cases}$$

$$|a+b| + |a-b| + |b| = -(a+b) + (a-b) + (-b) = -3b$$

بنابراین:

۷۴. گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{3-m-1}{2-m} = \frac{2-m}{2-m} = 1 \\ m_{AC} &= \frac{0-m-1}{-1-m} = \frac{m+1}{m+1} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{AB} = m_{AC}$$

$$m = 2 \rightarrow A = (2, 3) = B, \quad m = -1 \rightarrow A(-1, 0) = C$$

چون نکته ۳ نقطه متمایز هستند پس m هر مقداری می تواند باشد.

۷۵. گزینه ۱

$$mx - 2y + b = 0 \rightarrow \frac{|0 - 0 + b|}{\sqrt{m^2 + 4}} = 1 \Rightarrow |b| = \sqrt{m^2 + 4}$$

$$\Rightarrow b^2 = m^2 + 4, \quad (1, 2) \Rightarrow m - 4 + b = 0 \Rightarrow b = 4 - m$$

$$\Rightarrow (4 - m)^2 = m^2 + 4 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

۷۶. گزینه ۲

دو تابع به صورت زوج مرتب، در صورتی مساوی یکدیگرند که اولاً مولفه های اول برابر باشند و ثانیاً به ازای مولفه ی اول، باید مولفه ی دوم هم برابر باشد.

$$Df = Dg \Rightarrow \{a, 3, 0\} = \{a, 0, c\} \Rightarrow c = 3 \quad *$$

$$f(a) = g(a) \Rightarrow 1 = b - 2 \Rightarrow b = 3 \quad **$$

$$f(3) = g(3) \Rightarrow 2 = a \quad ***$$

$$*** \text{ و } ** \text{ و } * = 2(3) - (3) + 2 = 5$$

۷۷. گزینه ۱

ضابطه ها در صورتی معرف یک تابع هستند که به ازای هر x حداکثر یک y ایجاد شود.

$$\text{گزینه ۱: } y^3 + 3y^2 + 3y + 1 + x^3 + x - 1 = 0 \Rightarrow (y+1)^3 = 1 - x - x^3 \Rightarrow \text{ریشه سوم}$$

$$\Rightarrow y+1 = \sqrt[3]{1-x-x^3} \Rightarrow y = -1 + \sqrt[3]{1-x-x^3}$$

پس y تابعی از x است.گزینه ۲: $x = 4$: $y = 1$ یا $y = -3$. تابع نیست.گزینه ۳: $x = 0$: $y = 0$ یا $y = 2$. تابع نیست.گزینه ۴: $x = 1$: $y = \pm 1$. تابع نیست.

۷۸. گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-6}{\sqrt{v}} \rightarrow [x_1 + x_2] = -1 \\ x_1, x_2 &= \frac{-3 \pm \sqrt{v}}{\sqrt{v}} \Rightarrow \begin{cases} [x_1] = -1 \\ [x_2] = -1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [x_1 + x_2] + [x_1] + [x_2] = -3$$

۷۹. گزینه ۱ راه اول: باید x را تنها کنیم. در توابع با درجه ی بالاتر باید سعی کنیم به یک اتحاد تبدیل کنیم.

صفحه ۴

$$y = x^2 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2 \Rightarrow x^2 - 1 = \pm\sqrt{y} \xrightarrow{x^2 - 1 \geq 0} x^2 - 1 = \sqrt{y}$$

$$x^2 = 1 + \sqrt{y} \Rightarrow x = \pm\sqrt{1 + \sqrt{y}} \xrightarrow{x \geq 1} x = \sqrt{1 + \sqrt{y}}$$

$$\xrightarrow{y \rightarrow x} f^{-1}(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$$

راه دوم:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 1 \text{ گزینه های ۳، ۴ غلط است} \\ f(2) = 9 \Rightarrow f^{-1}(9) = 2 \text{ گزینه ی ۲ غلط است} \end{cases}$$

۸۰. گزینه ۲

ابتدا باید دامنه ی عبارت $\frac{-2f}{g^2}$ را بیابیم.

$$D_{\frac{-2f}{g^2}} = Df \cap Dg - \{g = 0\} = \{1, -2\}$$

$$\left(\frac{-2f}{g^2}\right)(1) = \frac{-2f(1)}{g^2(1)} = \frac{-2(2)}{4} = -1$$

$$\left(\frac{-2f}{g^2}\right)(-2) = \frac{-2(-4)}{g^2(-2)} = \frac{-2(-4)}{4} = 2$$

$$\frac{-2f}{g^2} = \{(1, -1), (-2, 2)\} \quad \text{مولفه های دوم: } -1 + 2 = 1$$

۸۱ - گزینه ۲ صحیح است.

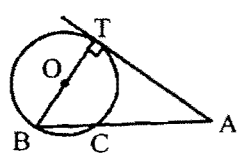
$$AT^2 = AC \cdot AB = 4 \times 6 = 24$$

$$AT = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$BT \perp AT \Rightarrow BT^2 = AB^2 - AT^2$$

$$\Rightarrow BT^2 = 36 - 24 = 12 \Rightarrow BT = 2\sqrt{3}$$

$$s = \frac{1}{2} BT \cdot AT = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{2}$$



۸۲ - گزینه ۱ صحیح است.

محیط = ۲۰ $\Rightarrow AB + AC = 12$

$$AP = AQ = x$$

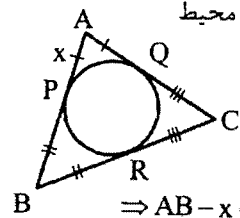
$$BP = AB - x \Rightarrow BR = AB - x$$

$$CQ = AC - x \Rightarrow CR = AC - x$$

$$BC = 8 \Rightarrow BR + CR = 8$$

$$\Rightarrow AB - x + AC - x = 8 \Rightarrow 12 - 2x = 8$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$



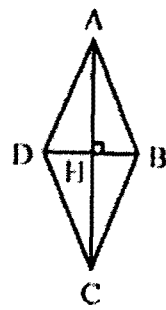
۸۳ - گزینه ۳ صحیح است.

$$BH = 5 \quad \left. \begin{array}{l} AH = 12 \\ \Rightarrow AB = 13 \end{array} \right\}$$

محیط $2P = 4 \times 13 \Rightarrow P = 26$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{120}{26} = \frac{60}{13}$$



۸۴ - گزینه ۴ صحیح است.

چهارضلعی محاطی است بنابراین زوایای رو به یک ضلع با هم برابر است.

پس:

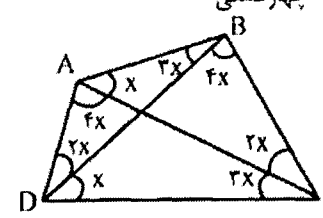
$$ABCD: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360$$

$$\Rightarrow (5x) + (7x) + (5x) + (3x) = 360$$

$$\Rightarrow 20x = 360 \Rightarrow x = 18$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 5x = 90, \hat{B} = 7x = 126$$

$$\hat{C} = 5x = 90, \hat{D} = 3x = 54$$



تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه $\hat{B} - \hat{D} = 126 - 54 = 72$

۸۷ - گزینه ۳ صحیح است.

محیط مثلث ABC برابر با ۲AE است. بنابراین:

$$2p = AB + BC + AC$$

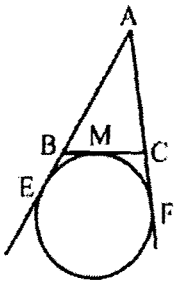
$$\Rightarrow 2p = AB + (BM + MC) + AC$$

$$\Rightarrow 2p = (AB + BM) + (MC + AC)$$

$$\frac{BM=BE}{MC=CF} \rightarrow 2p = (AB + BE) + (CF + AC)$$

$$\Rightarrow 2p = AE + AF \xrightarrow{AE=AF} 2p = 2AE$$

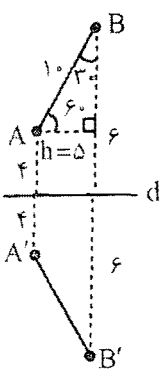
$$\xrightarrow{AE=14} 2p = 2 \times 14 = 28$$



$$\Rightarrow 2m - 2 = 28 \Rightarrow 2m = 30 \Rightarrow m = 15$$

۸۸ - گزینه ۳ صحیح است.

مطابق شکل، اگر A' و B' قرینه نقاط A و B باشد، از بازتاب این نقاط یک دوزنقه متساوی‌الساقین به وجود می‌آید که مساحت آن برابر است با:



$$S = \frac{h(AA' + BB')}{2}$$

$$= \frac{5(12 + 8)}{2} = \frac{5 \times 20}{2} = 50$$

ارتفاع دوزنقه: ضلع مقابل به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است.

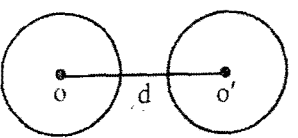
۸۹ - گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم دوران یک تبدیل طولیاست بنابراین در اثر دوران مساحت مثلث تغییری نمی‌کند، بنابراین:

$$S = \frac{\sqrt{F}}{f} a^2 = \frac{\sqrt{F}}{f} (f)^2 = 4\sqrt{3}$$

۴ - گزینه ۲ صحیح است.

طول خط مرکزین برابر بردار انتقال می‌باشد و انتقال اندازه شعاع را تغییر نمی‌دهد.

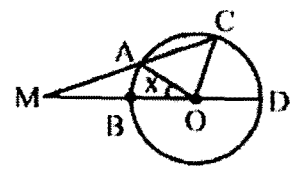


$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{64 - (3 + 3)^2} = \sqrt{28}$$

۸۴ - گزینه ۳ صحیح است.

از نقطه O به C وصل می‌کنیم با توجه به اینکه $AC = \sqrt{2}R$ در مثلث OAC داریم: $OA^2 + OC^2 = AC^2$ ، بنابراین این مثلث در رأس O قائمه است. بنابراین:



$$\begin{cases} \widehat{AB} + \widehat{CD} = 90 \\ \widehat{CD} - \widehat{AB} = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{CD} + \widehat{AB} = 90 \\ \widehat{CD} - \widehat{AB} = 20 \end{cases}$$

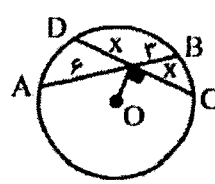
جمع طرفین $\Rightarrow 2\widehat{CD} = 110$

$$\Rightarrow \widehat{CD} = 55, \widehat{AB} = 25$$

زاویه مرکزی $\hat{O} = x = \widehat{AB} = 25$

۸۵ - گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم کوتاه‌ترین وتر گذرنده از یک نقطه در دایره، وتری است که بر شعاع دایره عمود باشد. بنابراین:



$$\begin{cases} AB = 9 \\ AM = 2MB \end{cases} \Rightarrow AM + MB = 9 \Rightarrow \begin{cases} MB = 3 \\ AM = 6 \end{cases}$$

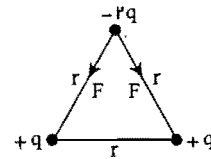
طبق روابط طولی در دایره:

$$AM \times MB = MC \times MD \Rightarrow 6 \times 3 = x^2 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$CD = 2x = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

سوال ۳۲۵۸۳	وقت: دقیقه	تاریخ:
دبیرستان کمال	تعداد سوالات: ۲۰	نام و نام خانوادگی:
		موسم ۱ همزیگ 32 همزیگ برادهم (رشته ریاضی)

گزینه ۱. ۱۰۱



$$\sqrt{3} = \frac{kq^2}{r^2}$$

$$F = \frac{k2q^2}{r^2} = 2\sqrt{3}$$

$$FT = 2 \times F \cos \frac{60}{2} = 2 \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6N$$

گزینه ۱. ۱۰۲

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{18}{8} = \left(\frac{r_2}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{r_2}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{r_2}{20} \Rightarrow r_2 = 30cm$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 30 - 20 = 10cm$$

توجه کنیم که سؤال گفته چند سانتی متر دور شویم

گزینه ۱. ۱۰۳ طبق تعریف، تغییر انرژی پتانسیل بار برابر است با منفی کار انجام شده توسط میدان، پس:

$$\Delta U = -W \Rightarrow \Delta U = +8 \text{ (mJ)}$$

از طرفی هم طبق رابطه $\Delta u = \frac{\Delta u}{q}$ داریم:

$$VB - VA = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 600 - VA = \frac{8 \times 10^{-3}}{-20 \times 10^{-6}} = -400 \Rightarrow VA = 1000V$$

گزینه ۱. ۱۰۴ طبق رابطه $\Delta V = \frac{\Delta u}{q}$ داریم:

$$\Delta u = q\Delta V \Rightarrow -100 = 20(VB - VA) \Rightarrow -5 = 20 - VA \Rightarrow VA = 25V$$

تذکر: یادت باشد تو رابطه $\Delta V = \frac{\Delta u}{q}$ ، حتما علامت q رو بذاریم!

گزینه ۳. ۱۰۵

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{r_2}{r_1}, \frac{r_2}{r_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{Q_2}{4\pi r_2^2}}{\frac{Q_1}{4\pi r_1^2}} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲. ۱۰۶ با بسته شدن کلید S_1 دو کره مشابه A و B به هم وصل می شوند و بارهای خود را به طور میانگین بین خود تقسیم می کنند:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-2 + 8}{2} = 3nC$$

وقتی کلید S_1 را باز می کنیم کره A از مجموعه جدا می شود که بار آن همان $3nC$ خواهد بود.با بستن کلید S_2 تمامی بار کره B به پوسته منتقل می شود؛ زیرا در هر جسم رسانا بارها در سطح بیرونی جسم توزیع می شوند. پس بار کره B صفر شده و بار خالص پوسته $3nC$ می شود.

گزینه ۱. ۱۰۷

اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۲۵٪ کاهش یافته پس به ۷۵٪ مقدار اولیه رسیده است. پس:

$$V_2 = \frac{75}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{3}{4} V_1$$

صفحه ۲

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

۱۰۸. گزینه ۴ روش اول: با باز کردن کلید k ، خازن از مولد جدا شده و بنابراین بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می ماند. از طرفی طبق رابطه ظرفیت یک خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A_2 = 1,2 A_1} C_2 = 1,2 C_1$$

با استفاده از رابطه انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک خازن، داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{C_2 = 1,2 C_1, q_1 = q_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{1,2 C_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{5}{6}$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{5}{6} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{-50}{3} \%$$

خازن

بنابراین انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن $\frac{50}{3}$ درصد کاهش می یابد.

روش دوم: هرگاه تغییرات به صورت درصدی بیان شدند تعداد اولیه را ۱۰۰ فرض کرده و تغییرات رو به ۱۰۰ اضافه یا کم می کنیم بنابراین در این تست می شود گفت:

$$A_1 = 100 \rightarrow A_2 = 120 \xrightarrow{C_2 = \frac{A_2}{A_1} C_1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{120}{100} \rightarrow C_2 = 1,2 C_1$$

حالا در رابطه انرژی چون درصد تغییرات انرژی را می خواهیم $U_1 = 100$ می گذاریم:

$$U = \frac{q^2}{2C} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \times \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \xrightarrow{q \text{ ثابت}} \frac{U_2}{100} = \frac{C_1}{1,2 C_1} \Rightarrow U_2 = \frac{100}{1,2} = \frac{250}{3}$$

U از ۱۰۰ به $\frac{250}{3}$ رسیده یعنی $\left(\frac{250}{3} - 100\right) = -\frac{50}{3}$ درصد کاهش داشته است.

۱۰۹. گزینه ۴

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{A_2}}{\rho \frac{L_1}{A_1}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2 A_1}{L_1 A_2}$$

با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می توان نوشت:

$$V_2 = V_1 \Rightarrow L_2 A_2 = L_1 A_1 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

از طرفی می دانیم که حجم سیم تغییر نکرده، پس:

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left[\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4$$

اما سطح دایره با مربع شعاع آن متناسب است، پس:

۱۱۰. گزینه ۱

$$R_2 = R_1 + \frac{1}{10} R_1 \Rightarrow \Delta R = \frac{1}{10} R_1$$

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{1}{10} R_1 = R_1 \times 2,5 \times 10^{-3} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 4^\circ$$

۱۱۱. گزینه ۱ مساحت بین نمودار شدت جریان با محور زمان، برابر با بار الکتریکی گذرنده از هر مقطع مدار است و می توان

نوشت:

$$\begin{cases} q = 2500 \text{ mAh} \\ I = 0,5 \times 1000 = 500 \text{ mA} \\ q = S \xrightarrow{2500 = \frac{500 \times t}{2}} t = 10 \text{ h} \end{cases}$$

۱۱۲. گزینه ۴ الکترون در نهایت به سمت بالا حرکت کرده، پس سرعت سوق به سمت بالاست. سرعت سوق الکترون همواره در خلاف جهت میدان الکتریکی است. پس جهت میدان به سمت پایین است.

صفحه ۳

۱۱۳. گزینه ۳ دیود در مدار ۳ اجازه عبور جریان را می‌دهد. چون جهت آن با جهت جریان مولد یکسان است. از طرفی لامپ بالای LDR نیز روشن است و مقاومت LDR کم شده و آن هم اجازه عبور جریان را می‌دهد. از این رو لامپ LED روشن خواهد شد.

۱۱۴. گزینه ۳ می‌دانیم در مقاومت‌های کربنی مقدار مقاومت با استفاده از حلقه‌های رنگی روی آن و از رابطه‌ی $ab \times 10^n$ به دست می‌آید. و آخرین حلقه‌ی رنگی سمت راست، مقدار خطای مقاومت را نشان می‌دهد بنابراین داریم:

$$R = \overline{ab} \times 10^n = 12 \times 10^4 \Omega \xrightarrow{10\% \text{ خطا}} R_{\text{واقعی}} = (12 \times 10^4 \pm \frac{1}{10} \times 12 \times 10^4) \Omega$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_{\min} = 10,8 \times 10^4 \Omega \\ R_{\max} = 13,2 \times 10^4 \Omega \end{cases}$$

۱۱۵. گزینه ۱

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{250 \times 250}{125} = 500 \Omega \quad \text{مقاومت رشته‌ی لامپ در حالت روشن}$$

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow 500 = 50 (1 + 36 \times 10^{-4} \Delta\theta) \Rightarrow 9 = 36 \times 10^{-4} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{1}{4} \times 10^{-4} = 2500 K = 2500^\circ C$$

۱۱۶. گزینه ۲

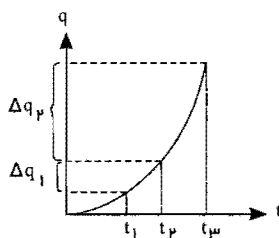
$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad \rho_A = \rho_B, \ell_A = \ell_B \quad \frac{R_B}{R_A} = \frac{A_A}{A_B}$$

$$A_A = \pi r^2 \Rightarrow A = \pi (3 \times 10^{-3})^2 = 9\pi \times 10^{-6} m^2$$

$$A_B = \pi (r_0^2 - r_1^2) = \pi (9 \times 10^{-6} - 4 \times 10^{-6}) = 5\pi \times 10^{-6} m^2$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{9\pi \times 10^{-6}}{5\pi \times 10^{-6}} = \frac{9}{5}$$

۱۱۷. گزینه ۳



از نمودار مشخص است که بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر بازه زمانی t_2 تا t_3 است. طبق رابطه $\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 شدت جریان یکسان است ولی در بازه t_2 تا t_3 بار بیشتری شارش شده است و جریان الکتریکی متوسط بیشتر است.

۱۱۸. گزینه ۴ آمپرسنج باید در مدار به طور سری و ولت سنج به طور موازی بسته شود.

۱۱۹. گزینه ۲

باتری‌هایی که جریان از قطب (+) آنها خارج می‌شود $+E$ و باتری‌هایی که جریان از قطب (-) آنها خارج می‌شود $-E$ در نظر می‌گیریم.

$$\frac{+E_1 - E_2 - E_3}{R_T + \Sigma r} \Rightarrow I = \frac{4 - 2 - 1}{2 + 1 + 3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \begin{cases} VA - E_2 - r_2 I - R_2 I - E_3 = VB \\ VA - 2 - \frac{1}{6} - 3 \times \frac{1}{6} - 1 = 0 \Rightarrow VA = 3 + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{18 + 3 + 1}{6} = \frac{11}{3} V \end{cases}$$

$$R_1 = 2r, R_2 = r$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+2} \Rightarrow (I_1 = \frac{\varepsilon}{2r+r} = \frac{\varepsilon}{3r}, I_2 = \frac{\varepsilon}{r+r} = \frac{\varepsilon}{2r})$$

$$\frac{rI_2}{rI_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2r}}{\frac{\varepsilon}{3r}} = \frac{3}{2}$$