**برگه سؤال**

نام درس: **حسابان**

نام دبیر: **خامسی**

زمان: **۱۲۰ دقیقه**

تاریخ: **۹۵/۱۰/۴**

تعداد صفحات: **۲**

باسمه تعالی

دبیرستان کمال

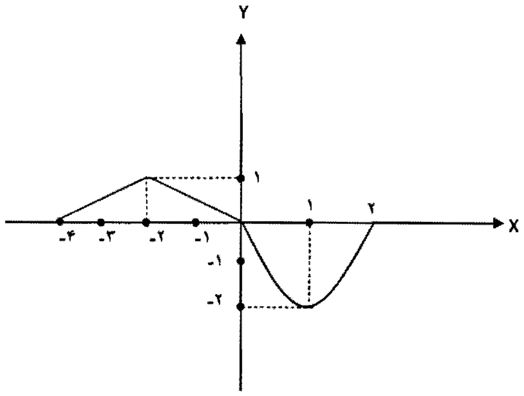
**آزمون پایانی نوبت اول**

سال تحصیلی ۹۶-۹۵

نام و نام خانوادگی:

**پایه سوم**

| ردیف | سوال | بارم |
|---|---|---|
| ۱ | درستی و نادرستی هر یک از گزاره های زیر را مشخص کنید .<br>الف) مجموعه جواب نا معادله‌ی $\lvert -2x+1 \rvert \le 5$ بازه ی $[-2,3]$ است . (          )<br>ب ) حاصل ضرب دو تابع فرد تابعی فرد است . (          ) | ۰/۵ |
| ۲ | جاهای خالی را با عبارات یا اعداد مناسب پر کنید .<br>الف) اگر $\beta$ و $\alpha$ ریشه های معادله $ax^2+bx+c=0$ باشند $(a,c\neq 0)$ آنگاه ریشه های معادله ی $cx^2+bx+a=0$ ................. و ................. است .<br>ب ) کمترین مقدار تابع $f_{(x)}=x+\frac{2}{x}$ برای همه ی xهای مثبت ...................... است .<br>ج ) اگر $f_{(x)}=\frac{5^x}{5^x-2}$ باشد مقدار $f^{-1}(\frac{-1}{49})$ برابر ......................است . | ۱/۵ |
| ۳ | در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است جمله اول چند برابر جمله پنجم است ؟ | ۱/۵ |
| ۴ | چند جمله ای درجه سوم بنویسید که باقی مانده تقسیم آن بر $x^2+1$ و $x+2$ برابر ۱۲- باشد و بر $x-1$ بخش پذیر باشد . | ۱/۵ |
| ۵ | بسط $(x-\frac{2}{x})^6$ را بنویسید . | ۱ |
| ۶ | اگر $\beta$ و $\alpha$ ریشه های معادله $x^2+5x+3=0$ باشند . بدون حل معادله ، حاصل هر یک از عبارتهای زیر را بنویسید .<br>الف) $\alpha^5+\beta^5$<br>ب ) $\alpha^2-5\beta+7$ | ۱/۵ |
| ۷ | معادله $\sqrt{x+7}-\sqrt{3x-2}=1$ را حل کنید . | ۱/۵ |
| ۸ | نا معادله $2\sqrt{2-x}\ge \lvert x-3\rvert-1$ را به روش هندسی حل کنید. | ۱/۵ |
| ۹ | تساوی دو تابع زیر را بررسی کنید .<br>$f_{(x)}=\sqrt{(x+2)^2(x-3)}$<br>$g_{(x)}=\lvert x+2\rvert\sqrt{x-3}$ | ۱ |

<table>
<tr><td>۱۰</td><td>نمودار $y = f_{(x)}$ به صورت زیر است . نمودار تابع $y = -f_{(2x+1)} - 3$ را رسم کنید .<br><br></td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۱۱</td><td>اگر $f_{(x)} = \sqrt{-x^2 + 3x}$ و $\begin{cases} g: \mathbb{N} \to \mathbb{R} \\ g_{(x)} = \sqrt{x} \end{cases}$ باشند ، $\frac{g}{f}$ را تشکیل دهید .</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۲</td><td>اگر $f_{(x)} = \frac{x+1}{x-4}$ و $g_{(x)} = \sqrt{x+2}$ باشند :<br>الف) ضابطه ی تابع $(gof)_{(x)}$ را بنویسید .<br>ب ) دامنه تابع $fog$ را با استفاده از تعریف بدست آورید .</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۳</td><td>زوج یا فرد بودن تابع $f_{(x)} = \log(\sqrt{25x^2 + 1} - 5x)$ را بررسی کنید .</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۴</td><td>یک به یک بودن تابع $f_{(x)} = \frac{x}{|x|+1}$ را بررسی کنید .</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۵</td><td>نمودار تابع $y = x[x]-1$ را در بازه ی $[-2,2]$ رسم کنید. ( $[x]$ جزء صحیح x است )</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td colspan="3">موفق و موید باشید</td></tr>
</table>

بسمه تعالی

کلید حسابان

# دبیرستان کمال منطقه ۸

نام دبیر : آقای خامسی

۱- الف) درست    ب) نادرست

۲- الف) $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$    ب) $۲\sqrt{۲}$    ج) $-۲$

۳- $S_۳ = ۱۳۶$, $S_۶ = ۱۵۳$ $\rightarrow \frac{S_۶}{S_۳} = \frac{a_1(1-q^6)}{a_1(1-q^3)} = \frac{(1-q^3)(1+q^3)}{(1-q^3)} = 1+q^3 = \frac{۱۵۳}{۱۳۶} \rightarrow q^3 = \frac{1}{۸} \rightarrow q = \frac{1}{۲}$

$\frac{a_1}{a_5} = \frac{a_1}{a_1 q^4} = ۱۶$

۴-

$p(x) = K(x+۲)(x^2+1) - ۱۲ \rightarrow p(1) = 0 \rightarrow K(۳)(۲) - ۱۲ = 0 \rightarrow K = ۲$

$p(x) = ۲(x+۲)(x^2+1) - ۱۲$

۵

$x^6 - 6x^5(\frac{۲}{x}) + \binom{6}{2}x^4(\frac{۲}{x})^2 - \binom{6}{3}x^3(\frac{۲}{x})^3 + \binom{6}{4}x^2(\frac{۲}{x})^4 - \binom{6}{5}x(\frac{۲}{x})^5 + (\frac{۲}{x})^6$

۶- $\alpha^5 + \beta^5 = (\alpha^3+\beta^3)(\alpha^2+\beta^2) - \alpha^3\beta^2 - \beta^3\alpha^2 = (S^3 - 3SP)(S^2 - 2P) - P^2(S)$

الف) $S = -۵$, $P = ۳$ $\Rightarrow (-۱۲۵ + ۴۵)(۲۵ - ۶) - ۹(-۵) = -۱۴۷۵$

ب) $\alpha^2 - ۵\beta + ۷ = -۵\alpha - ۳ - ۵\beta + ۷ = -۵(\alpha+\beta) + ۴ = ۲۵ + ۴ = ۲۹$

۷-

$\sqrt{x+۷} - \sqrt{۳x-۲} = 1 \rightarrow \sqrt{x+۷} - 1 = \sqrt{۳x-۲} \rightarrow x + ۷ + 1 - ۲\sqrt{x+۷} = ۳x - ۲$

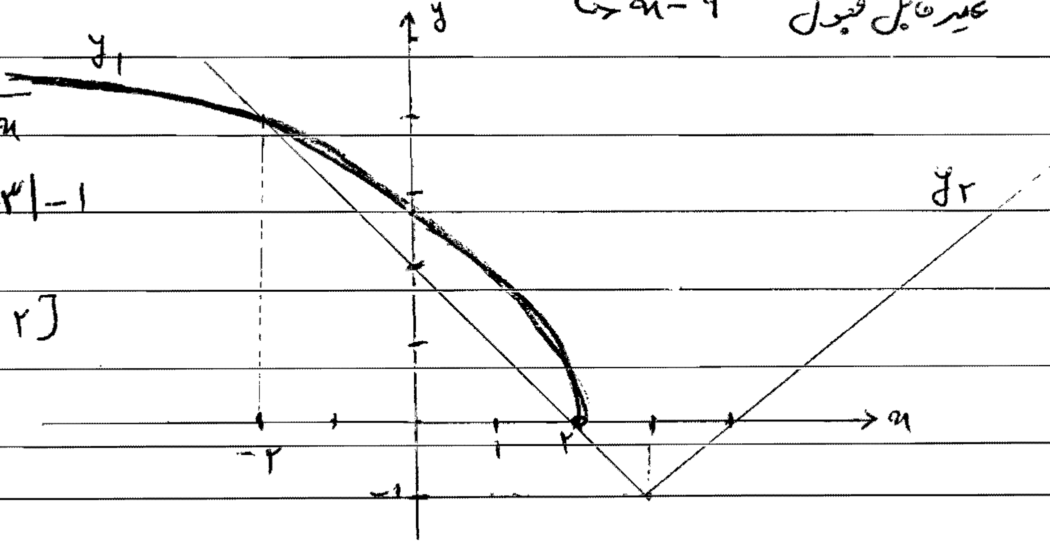
$-۲\sqrt{x+۷} = ۲x - ۱۰ \rightarrow \sqrt{x+۷} = ۵ - x \rightarrow x + ۷ = ۲۵ - ۱۰x + x^2$

$x^2 - ۱۱x + ۱۸ = 0 \rightarrow (x-۲)(x-۹) = 0 \rightarrow x = ۲$, $x = ۹$ غیرقابل قبول

۸-

$y_1 = ۲\sqrt{۲-x}$

$y_۲ = |x-۳| - 1$

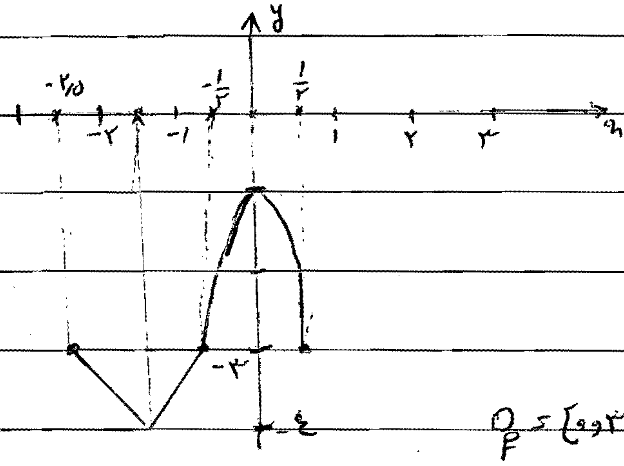



مجموعه جواب $= [-۲, ۲]$

۹- $D_f = [4,+\infty) \cup \{-2\}$ $\quad D_f \neq D_g \to f \neq g$

$D_g = [4,+\infty)$

۱۰-



۱۱- $D_f = [0,3] \xrightarrow{\cap} \{1,2,3\}$

$D_g = \{1,2,3,4,\dots\}$

$\frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{\sqrt{2}}), (2, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}})\}$

۱۲- الف) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{x+1}{x-4}+2}$

ب) $D_{f\circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -2 \mid \sqrt{x+2} \neq 4\} = [-2,+\infty) - \{14\}$

۱۳-

$D_f = \mathbb{R}$ متقارن

$f(-x) = \log^{\sqrt{25x^2+1}+5x} \neq f(x)$ زوج نیست

$-f(-x) = -\log^{\sqrt{25x^2+1}+5x} = \log^{(\sqrt{25x^2+1}+5x)^{-1}} = \log^{\frac{1}{\sqrt{25x^2+1}+5x}} = \log^{\sqrt{25x^2+1}-5x} = f(x)$

تابع فرد است

۱۴- $f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$

$\frac{x_1}{|x_1|+1} = \frac{x_2}{|x_2|+1}$ $x_1, x_2$ هم علامت اند

$x_1, x_2 > 0$: $\frac{x_1}{x_1+1} = \frac{x_2}{x_2+1} \to \cancel{x_1x_2} + x_1 = \cancel{x_1x_2} + x_2$, $x_1 = x_2$

$x_1, x_2 < 0$: $\frac{x_1}{-x_1+1} = \frac{x_2}{-x_2+1} \to -\cancel{x_1x_2} + x_1 = -\cancel{x_1x_2} + x_2$

$x_1 = x_2$ تابع یک به یک است

۱۵-

$$f(x) = \begin{cases} -2x-1 & -2 \leq x < -1 \\ -x-1 & -1 \leq x < 0 \\ 0-1 & 0 \leq x < 1 \\ x-1 & 1 \leq x < 2 \\ 4 & x = 2 \end{cases}$$