

آزمون پایانی نوبت اول  
سال تحصیلی ۹۸-۹۷



پایه دوازدهم

نمره به عدد و حروف:

نمره تجدید نظر:

پیشگام

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر: آقای تفرشی

زمان: ۷۰ دقیقه

تاریخ: ۹۷/۱۰/۵

تعداد صفحات: ۴

تذکر مهم: سوالات را بسیار تمیز و مرتب و فقط در مکان در نظر گرفته شده حل نمایید.

ردیف	سوالات	بارم
۱	به کمک برهان خلف ثابت کنید اگر $n$ عددی صحیح و $2 + 3n + n^2$ مضرب ۳ نباشد، آنگاه $n$ مضربی از ۳ است.	۱/۵
۲	اگر $a   5n + 1$ و $a   n^2 + n + 2$ مقدار $a$ را بیابید.	۲
۳	در یک عمل تقسیم، مقسوم علیه برابر ۴۲ و باقی مانده تقسیم ۵ برابر مربع خارج قسمت است. مقسوم را بیابید.	۲

۲	باقی مانده تقسیم $37^{248}$ را بر ۱۴ بیابید.	۴
۱/۵	باقی مانده تقسیم عددی بر ۸، برابر ۳ است. باقی مانده تقسیم این عدد بر ۲۴ چه عدد یا اعدادی می باشد؟	۵
۲	اگر عدد طبیعی $a > 295$ در تقسیم بر ۹ باقی مانده ۲ داشته باشد و $a + 7$ بر ۵ بخش پذیر باشد، کوچکترین مقدار عدد $a$ را بیابید؟	۶
۲	$a$ و $b$ را طوری بیابید تا عدد ۶ رقمی $\overline{a2834b}$ بر ۱۲ بخش پذیر باشد.	۷

تذکر مهم: سوالات را بسیار تمیز و مرتب و فقط در مکان در نظر گرفته شده حل نمایید.

۲	<p>۸ معادله سیالۀ <math>47x + 32y = 173</math> را حل کنید.</p>	۸
۲	<p>۹ یک گراف از مرتبه ی ۸ دارای، ۳ رأس از درجه ۵، ۲ رأس از درجه ۲ و ۲ رأس از درجه <math>x</math> است. اگر اندازه این گراف ۱۳ باشد، <math>x</math> را یافته و گراف را رسم نمایید.</p>	۹
۱	<p>۱۰ الف) گرافی همبند رسم کنید که دارای ۷ رأس باشد و دقیقاً ۲ دور داشته باشد. ب) گرافی از مرتبه ۶ با بیشترین تعداد یال معرفی و یا رسم کنید که منتظم باشد.</p>	۱۰

۱	<p>۱۱ درجه رأس <math>a</math> در گراف <math>G</math> برابر ۱۷ و درجه همین رأس در گراف مکمل آن برابر ۱۴ است. اگر <math>\delta(G) = 7</math> آنگاه مطلوبست <math>\Delta(\bar{G})</math>.</p>	۱۱
۱	<p>۱۲ در یک گراف <math>\delta(G) \geq 3</math>. ثابت کنید این گراف دارای حداقل یک مسیر به طول بزرگتر یا مساوی ۳ می باشد.</p>	۱۲
۲۰	موفق باشید.	

ساعت امتحان: ۸ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان غیر دولتی تکمال	نوبت امتحانی: دی ۱۳۹۷
وقت امتحان: ۷۰ دقیقه	نام پدر: یاسه چهارم	رشته: ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۵	نام و نام خانوادگی: علیرضا عیسانی تفرشی	سال تحصیلی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۷
تعداد برگ سؤال: ۲ برگ ۴ صفحه	سؤال امتحان درس: ریاضیات گسسته	


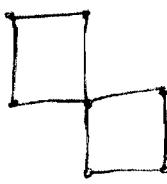
تذکر مهم: سوالات را بسیار تمیز و مرتب و فقط در مکان در نظر گرفته شده حل نمایید.

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>به کمک برهان خلف ثابت کنید اگر <math>n</math> عددی صحیح و <math>n^2 + 3n + 2</math> مضرب ۳ نباشد، آنگاه <math>n</math> مضرب ۳ از ۳ است.</p> <p>بر <math>n</math> مضرب ۳ بنویسید، پس <math>n = 3k \pm 1</math> (از این قسمت)</p> $n^2 + 3n + 2 = (3k \pm 1)^2 + 3(3k \pm 1) + 2$ $= 9k^2 \pm 6k + 1 + 9k \pm 3 + 2 = 3(\dots)$ <p>یعنی <math>n^2 + 3n + 2</math> مضرب ۳ می باشد که این خلاف فرض است. پس فرض خلف، نادرست است.</p> <p><math>n</math> مضرب ۳ است.</p>	۱/۵
۲	<p>اگر <math>a   n^2 + n + 2</math> و <math>a   5n + 1</math> مقدار <math>a</math> را بیابید.</p> $\left. \begin{aligned} a   5n + 1 &\xrightarrow{\times n} a   5n^2 + n \\ a   n^2 + n + 2 &\xrightarrow{\times 4} a   4n^2 + 4n + 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a   f_{n+1}$ $\left. \begin{aligned} a   f_{n+1} &\xrightarrow{\times 5} a   5f_{n+1} \\ a   5n + 1 &\xrightarrow{\times 4} a   4(5n + 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a   49 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 49$	۲
۳	<p>در یک عمل تقسیم، مقسوم علیه برابر ۴۲ و باقی مانده تقسیم ۵ برابر مربع خارج قسمت است. مقسوم را بیابید.</p> $a = 42q + 5q^2 \quad ; \quad 0 \leq 5q^2 < 42$ $0 \leq 5q^2 < 42 \rightarrow q = 0, \pm 1, \pm 2$ <p>if <math>q = 0 \rightarrow a = 0</math>      if <math>q = 2 \rightarrow a = 104</math>              if <math>q = 1 \rightarrow a = 47</math>      if <math>q = -2 \rightarrow a = -74</math>              if <math>q = -1 \rightarrow a = -37</math></p>	۲

۲	<p>باقی مانده تقسیم <math>27^{24}</math> را بر ۱۴ بیابید.</p> $27 \equiv -5 \pmod{14} \rightarrow 27^{24} \equiv (-5)^{24} \pmod{14}$ $\begin{array}{r} 14 \overline{) 27} \\ \underline{-14} \phantom{0} \\ 13 \phantom{0} \\ \underline{-14} \phantom{0} \\ -1 \phantom{0} \\ \underline{+14} \phantom{0} \\ 13 \end{array} \rightarrow 27 \equiv -1 \pmod{14}$ $27^{24} \equiv (-1)^{24} \pmod{14} \equiv 1 \pmod{14}$ $27^{24} \equiv 1 \pmod{14}$	۴
۱/۵	<p>باقی مانده تقسیم عددی بر ۸، برابر ۳ است. باقی مانده تقسیم این عدد بر ۲۴ چه عدد یا اعدادی می باشد؟</p> $a = 8q + 3$ $q = 3k \rightarrow a = 8(3k) + 3 = 24k + 3$ $q = 3k + 1 \rightarrow a = 8(3k + 1) + 3 = 24k + 11$ $q = 3k + 2 \rightarrow a = 8(3k + 2) + 3 = 24k + 19$	۵
۲	<p>اگر عدد طبیعی <math>a &gt; 295</math> در تقسیم بر ۹ باقی مانده ۲ داشته باشد و <math>a + 7</math> بر ۵ بخش پذیر باشد، کوچکترین مقدار عدد <math>a</math> را بیابید؟</p> $a \equiv 2 \pmod{9}$ $a + 7 \equiv 0 \pmod{5} \rightarrow a \equiv -7 \equiv 3 \pmod{5}$ $\begin{cases} a \equiv 2 \pmod{9} \\ a \equiv 3 \pmod{5} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 28 \pmod{45}$ $a = 45q + 28$ <p>حداقل <math>a &gt; 295</math> <math>\rightarrow a = 308</math></p> <p><math>\min q = 6</math></p>	۶
۲	<p><math>a</math> و <math>b</math> را طوری بیابید تا عدد ۶ رقمی <math>a2824b</math> بر ۱۲ بخش پذیر باشد. عددی بر ۱۲ بخش پذیر است اگر بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد.</p> <p>بخش پذیر است.</p> $(1) \overline{a2824b} \equiv 0 \pmod{4} \rightarrow \overline{4b} \equiv 0 \pmod{4} \rightarrow b = 0, 4, 8$ $(2) \overline{a2824b} \equiv 0 \pmod{3} \rightarrow a + 2 + 8 + 2 + 4 + b \equiv 0 \pmod{3} \rightarrow a + b + 2 \equiv 0 \pmod{3}$ <p>if <math>b = 0 \rightarrow a + 2 \equiv 0 \pmod{3} \rightarrow a = 1, 4, 7</math></p> <p>if <math>b = 4 \rightarrow a + 3 \equiv 0 \pmod{3} \rightarrow a = 3, 6, 9</math></p> <p>if <math>b = 8 \rightarrow a + 4 \equiv 0 \pmod{3} \rightarrow a = 2, 5, 8</math></p>	۷

ساعت امتحان: ۸ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان غیر دولتی کمال	نوبت امتحانی: دی ۱۳۹۷
وقت امتحان: ۷۰ دقیقه	نام پدر:	رشته: ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۵	نام و نام خانوادگی:	بایه: چهارم
تعداد برگ سوال: ۲ برگه؛ صفحه	سوال امتحان درس: ریاضیات گسسته	نام دبیر: علیرضا عیسانی تشریحی: ۱۳۹۸ - ۱۳۹۷

تذکر مهم: سوالات را بسیار تمیز و مرتب و فقط در مکان در نظر گرفته شده حل نمایید.

<p>۸</p>	<p>معادله سیاله <math>47x + 32y = 172</math> را حل کنید.</p> $47x + 32y = 172 \rightarrow 47x + 32y \equiv 172 \rightarrow 15x \equiv 13$ $\rightarrow 15x \equiv 45 \rightarrow x \equiv 3 \rightarrow \boxed{x = 32k + 3}$ <p>تبدیل <math>x</math> به <math>y</math></p> $47(32k + 3) + 32y = 172 \rightarrow 47 \times 32k + 141 + 32y = 172$ $\rightarrow 32y = 32 - 47 \times 32k \rightarrow \boxed{y = 1 - 47k}$	<p>۸</p>
<p>۹</p>	<p>یک گراف از مرتبه ۸ دارای ۳ رأس از درجه ۵، ۲ رأس از درجه ۲ و ۲ رأس از درجه ۱ است. اگر اندازه این گراف ۱۳ باشد، <math>x</math> را یافته و گراف را رسم نمایید.</p> <p><math>p=8</math>          ۳ رأس از درجه ۵          ۲ رأس از درجه ۲          ۲ رأس از درجه ۱</p> <p>مجموع درجات = ۲۹</p> $3 \times 5 + 2 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times y = 2 \times 13$ $2x + y = 7$ <p>حرف تعداد رأس هر درجه را در <math>x</math> و <math>y</math> بنویسید.</p> <p>۲ رأس نمی‌توانند باشند <math>\rightarrow</math> <math>\boxed{x=3}</math> و <math>y=1</math></p> 	<p>۹</p>
<p>۱۰</p>	<p>الف) گرافی همبند رسم کنید که دارای ۷ رأس باشد و دقیقاً ۲ دور داشته باشد.</p>  <p>ب) گرافی از مرتبه ۶ با بیشترین تعداد بال معرفی و یا رسم کنید که منتظم باشد.</p> <p><math>K_6</math></p>	<p>۱۰</p>

<p>۱</p>	<p>درجه رأس <math>a</math> در گراف <math>G</math> برابر ۱۷ و درجه همین رأس در گراف مکمل آن برابر ۱۴ است. اگر <math>\delta(G) = 7</math> آنگاه مطلوبست <math>\Delta(\bar{G})</math>.</p> $\left. \begin{aligned} d_G(a) &= 17 \\ d_{\bar{G}}(a) &= 14 \end{aligned} \right\} \rightarrow d_G(a) + d_{\bar{G}}(a) = \delta(G) + \Delta(\bar{G})$ $17 + 14 = 7 + \Delta(\bar{G}) \rightarrow \Delta(\bar{G}) = 24$	<p>۱۱</p>
<p>۱</p>	<p>در یک گراف <math>\delta(G) \geq 2</math>. ثابت کنید این گراف دارای حداقل یک مسیر به طول بزرگتر یا مساوی ۳ می باشد.</p> <p>فرض کنیم <math>v_1</math> یکی از رؤس این گراف باشد. این رأس هم به رؤس مانند <math>v_2</math> متصل است.</p> <p>(زیرا <math>\delta \geq 2</math>)</p> <p>رأس <math>v_2</math> نیز باید به رؤس دیگری <math>v_3</math> متصل است که نام آن را <math>v_4</math> می نزنیم.</p> <p><math>v_3</math> نیز افزاینده به رؤس دیگری <math>v_4, v_5</math> متصل خواهد بود که نام آن را <math>v_6</math> می نزنیم.</p> <p>حال <math>v_1, v_2, v_3, v_4</math> یک مسیر به طول ۳ خواهد بود.</p>	<p>۱۲</p>
<p>۲۰</p>	<p>موفق باشید.</p>	<p></p>